Aritmetică şi algebră

Mulţimi

$\in$ aparţine $\notin$ nu aparţine $\subset$ inclusă $\supset$ include

Φ-mulţimea **vidă** (nu are niciun element) $\forall$- oricare, $\exists$ - există

–**Cardinalul** unei mulţimi=câte elemente are acea mulţime.

–Mulţimi **disjuncte** = care nu au elemente comune

N – naturale : 0,1,2,3,.... N^* – naturale fără 0 (nenule) : 1,2,3,...

Z – întregi: $-4, 0, 9, +12$

Q – raţionale: $\frac{3}{5}; -4; 3; -6,2; 3,(4)$ **R** – reale: $\sqrt{7}; \frac{3}{5}; -4; 3; 3,(4)$

Iraţionale: **(R – Q)** $\sqrt{7}; -\sqrt{2}; \pi$.... $\boxed{N \subset Z \subset Q \subset R}$

Operaţii cu mulţimi $A = \{2; 4; 7\}$, $B = \{7; 9\}$

reuniunea $A \cup B = \{2; 4; 7; 9\}$ **intersecţia** $A \cap B = \{7\}$

diferenţa $A - B = \{2; 4\}$ **produs cartezian** $A \times B = \{(2;7),(2;9),(4;7),(4;9),(7;7),(7;9)\}$

Numere naturale

–Numere **consecutive** = unul după altul Ex. 4; 5

–Număr **par** (cu soţ) 0,2,4,6,8,10,... ; are forma 2k

–Număr **impar** (fără soţ) 1,3,5,7,9,11,... ; are forma 2k+1

$\overline{xy} = 10x + y$ $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ $\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$

–**Pătratul** lui 7 este $7^2 = 49$; **cubul** lui 2 este $2^3 = 8$

–**Pătrat perfect** – este egal cu pătratul unui număr natural : 0, 1, 4, 9, 16, 25,...

$\boxed{\text{Un pătrat perfect nu poate avea ultima cifră 2, 3, 7 sau 8}}$

–**Cub perfect** – este egal cu cubul unui număr natural : 0, 1, 8, 27,...

–**Teorema împărţirii cu rest** $\boxed{D = I \cdot C + R,\ R < I}$ D-deîmpărţit, I-împărţitor C-cât, R-rest

–**Suma lui Gauss** $\boxed{1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}}$

-**Sume de puteri**

$S = 3 + 3^2 + 3^3 + ... + 3^{25} \mid \cdot 3 \Rightarrow 3S = 3^2 + 3^3 + ... + 3^{25} + 3^{26} \Rightarrow 3S = S - 3 + 3^{26} \Rightarrow S = \frac{3^{26} - 3}{2}$

Divizibilitate

http://sorinborodi.ro/

$2 \mid 18$ (2 divide pe 18) $18 \vdots 3$ (18 este divizibil cu 3)

–**Divizorii** lui 18 sunt $D_{18} = \{1,2,3,6,9,18\}$

–**Multiplii** lui 18 sunt $M_{18} = \{0,18,36,54,...\}$

–număr **prim** -se divide doar cu 1 şi el însuşi: 2, 3, 5, 7, 11,...

–număr **compus** -care nu este prim: 4, 6, 8, 9, 10,....

–**Cel mai mare divizor comun** $(8;12) = 4$

Numere **prime între ele** – au c.m.m.d.c.=1 (ex. 15 şi 8)

–**Cel mai mic multiplu comun** $[8;12] = 24$

–Dacă $a = 2^5 \cdot 3 \cdot 7^2$ şi $b = 2^6 \cdot 5 \cdot 7$, atunci a şi b au

c.m.m.d.c.$= 2^5 \cdot 7$ şi **c.m.m.m.c.**$= 2^6 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 5$

Relatia între c.m.m.d.c. si c.m.m.m.c. (a;b)•[a;b]=a•b

–**Câţi divizori** naturali are un număr: dacă $n = 2^5 \cdot 3^9 \cdot 7^2$, atunci n are $(5+1)\cdot(9+1)\cdot(2+1) = 180$ divizori naturali

Criterii de divizibilitate

–cu **2** : dacă are ultima cifră 0,2,4,6 sau 8 (ex. 756; 1934)

–cu **3** : dacă suma cifrelor se divide cu 3 (ex. 261; 1005)

–cu **4** : dacă nr. format din ultimele 2 cifre se divide cu 4 (ex. 912)

–cu **5** : dacă are ultima cifră 0 sau 5 (ex. 295; 1330)

–cu **9** : dacă suma cifrelor se divide cu 9 (ex. 495; 8001)

–cu **10** : dacă are ultima cifră 0 (ex. 730; 1900)

–cu **25** : dacă nr.format din ultimele 2 cifre se divide cu 25 (ex. 375)

Daca a si b sunt prime între ele, daca n⋮a si n⋮b, atunci n⋮(a•b)

Reguli de calcul

–**Fracţii zecimale** $1,37 + 52,4 = 53,77$; $3 - 1,2 = 1,8$; $3,87 \cdot 10 = 38,7$ $0,02 \cdot 1000 = 20$; $2,3 \cdot 4,25 = 9,775$; $36,2 : 10 = 3,62$; $2,7 : 100 = 0,027$; $3,6 : 4 = 0,9$; $0,26 : 0,2 = 2,6 : 2 = 1,3$

–**Numere întregi** $5 - 8 = -3$; $-4 - 3 = -7$; $-7 + 2 = -5$; $-7 + 9 = 2$; $5 - (-2) = -5 + 2 = -3$

$3 \cdot (-5) = -15$; $(-4) \cdot (+2) = -8$; $(-2) \cdot (-3) = 6$; $8 : (-4) = -2$; $(-5) : (-1) = 5$;

Numere **pozitive** : $+12$; 3;.... Numere **negative** : $-23; -2$,...

Opusul lui 35 este -35; opusul lui -8 este 8.

–**Puteri** $2^7 \cdot 2^5 = 2^{12}$; $5^{10} : 5^3 = 5^7$; $(7^3)^4 = 7^{12}$; $(2n)^3 = 8n^3$; $(-3)^2 = 9$;

$(-3)^3 = -27$; $(-1)^7 = -1$; $(-1)^4 = 1$; $1^5 = 1$; $9^1 = 9$; $(-7)^1 = -7$; $3^0 = 1$; $(-6)^0 = 1$; $0^7 = 0$;

$5^{-2} = \frac{1}{5^2}$; $(-3)^{-3} = \frac{1}{(-3)^3} = -\frac{1}{27}$

–**Fracţii ordinare** $\frac{1}{6} + \frac{5}{4} = \frac{^{2)}1}{6} + \frac{^{3)}5}{4} = \frac{17}{12}$; $\frac{7}{6} \cdot \frac{5}{4} = \frac{35}{24}$; $\frac{7}{2} : \frac{5}{3} = \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{21}{10}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5}$

Inversul lui 35 este $\frac{1}{35}$; inversul lui $\frac{3}{7}$ este $\frac{7}{3}$

Fracţii **etajate** $\frac{3}{7} / \frac{4}{5} = \frac{3}{7} : \frac{4}{5} = \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{28}$

$\sqrt{19.00.96}$ | 436
16 | $83 \cdot 3 = 249$
=300 | $866 \cdot 6 = 5196$
249
=5196
5196
====

Radicali

$\sqrt{49} = 7$; $\sqrt{813} \cdot \sqrt{813} = 813$; $\sqrt{7} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{35}$; $\sqrt{374^2} = 374$

Scoaterea factorilor de sub radical $\sqrt{63} = \sqrt{9 \cdot 7} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$

Raţionalizarea numitorului $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{^{\sqrt{2})}3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$; $\frac{4}{3 - \sqrt{2}} = \frac{^{3+\sqrt{2})}4}{3 - \sqrt{2}} = \frac{12 + 4\sqrt{2}}{7}$

–**Calcul algebric** $5x + 2x = 7x$; $2y - 9y = -7y$; $-3n^2 - 5n^2 = -8n^2$; $a + a = 2a$;

$c \cdot c = c^2$; $-3n \cdot 2n^3 = -6n^4$; $3(2n - 7) = 6n - 21$; $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$;

$(x^2 - 3)(x - 4) = x^3 - 4x^2 - 3x + 12$ $+(-5 + x - y) = -5 + x - y$; $-(a - b + 3) = -a + b - 3$

Trecerea termenilor dintr-un membru in altul la egalitati: termenii se pot trece dintr-un membru in celalalt cu semn schimbat x–a+b=c–y+z => x+y–z=c+a–b

Factor comun

$3x + 3y = 3(x + y)$; $7a + 28 = 7(a + 4)$; $10n - 5 = 5(2n - 1)$;

$8 - 8k = 8(1 - k)$; $x^3 + x^2 = x^2(x + 1)$; $4y - 6y^5 = 2y(2 - 3y^4)$

Transformarea fracţiilor zecimale

-**Finite** $0,7 = \frac{7}{10}$; $0,207 = \frac{207}{1000}$; $3,45 = \frac{345}{100}$

-**Periodice simple** $0,(73) = \frac{73}{99}$; $2,(5) = 2\frac{5}{9} = \frac{23}{9}$

-**Periodice mixte** $0,13(5) = \frac{135 - 13}{900} = \frac{122}{900}$

Formule de calcul

Exemple

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ (3x–4)(3x+4)=9x²–16

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (2y+3)²=4y²+12y+9

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (3n-4)²=9n²-24n+16

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Formula radicalilor compuşi

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

Aproximări

Fie numărul 3,1476. Aproximat cu:

-o zecime prin lipsă=3,1; o zecime prin adaus=3,2

-o sutime prin lipsă=3,14; o sutime prin adaus=3,15

Partea întreagă a unui număr x este $[x]$, cel mai mare număr întreg $\le x$. Ex. $[3,7] = 3$; $[6] = 6$; $[0,25] = 0$; $[-3,1] = -4$

Partea fracţionară a lui x este definită astfel : $\{x\} = x - [x]$.

Ex. $\{3,7\} = 0,7$; $\{4\} = 0$; $\{0,2\} = 0,2$; $\{-3,1\} = 0,9$

Fracţii

$\frac{a}{b}$ a - **numărător**, b - **numitor**

- **subunitare**; au numitorul > numărătorul. Ex. $\frac{2}{9}; \frac{2013}{2014}$

- **supraunitare**; au numitorul < numărătorul. Ex. $\frac{7}{4}; \frac{19}{18}$

- **echiunitare**; au numitorul = numărătorul. Ex. $\frac{5}{5}; \frac{341}{341}$

- **ireductibile**, care nu se pot simplifica. Ex. $\frac{9}{14}; \frac{16}{25}$

- **reductibile**, care se pot simplifica. Ex. $\frac{15^{(3}}{18} = \frac{5}{6}$

- **echivalente** $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$; se recunosc astfel: $2 \cdot 12 = 3 \cdot 8$

Procente 7% din $300 = \frac{7}{100} \cdot 300 = 21$

Raport raportul numerelor 3 şi 5 este $\frac{3}{5}$

Proporţie – o egalitate de două rapoarte (ex. $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$)

2, 3, 4, 6 se numesc **termenii** proporţiei

3 şi 4 sunt **mezii**; 2 şi 6 sunt **extremii**.

Proprietatea fundamentală a unei proporţii:

$\boxed{\text{produsul mezilor este egal cu produsul extremilor}}$ $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ => 3•4=2•6

Numerele x, y, z sunt **direct proporţionale** cu 3, 5, 9 dacă $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{9}$

Numerele x, y, z sunt **invers proporţionale** cu 2, 4, 7 dacă $\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{z}{\frac{1}{7}}$

Regula de trei simpla

a) Daca marimile sunt direct proportionale

Ex. 3 kg mere costa 12 lei. Cat vor costa 5 kg mere?

3 kg..............12 lei

5 kg................x lei $x = \frac{5 \cdot 12}{3} = 20$ lei

b) Daca marimile sunt invers proportionale

Ex. 3 robinete pot umple un bazin in 20 ore. Atunci 5 robinete, In cat timp pot umple bazinul?

3 rob...............20 ore

5 rob...............x ore $x = \frac{3 \cdot 20}{5} = 12$ ore

Probabilitatea unui eveniment $= \frac{\text{nr.cazuri favorabile}}{\text{nr.cazuri posibile}}$

Modul (valoare absolută)

$|6| = 6$; $|-3| = 3$. În general, $|x| = \begin{cases} x, \text{dacă } x \ge 0 \\ -x, \text{dacă } x < 0 \end{cases}$

Ex. $|3 - \sqrt{2}| = 3 - \sqrt{2}$, deoarece $3 - \sqrt{2} \ge 0$

$|1 - \sqrt{2}| = -(1 - \sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1$, deoarece $1 - \sqrt{2} < 0$

Comparări

$\frac{7}{5} > \frac{4}{5}$; $\frac{9}{2} > \frac{9}{7}$; $\frac{2}{9} < 1$

$-9 < -7$; $-5 < 2$; $-23 < 0$

$2,4 > 2,39$; $-4,1 < -3,82$

$\sqrt{3} > 1$; $-\sqrt{6} > -\sqrt{10}$

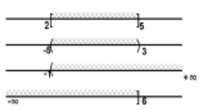
Intervale

{x∈R / 2≤x≤5}=[2;5] (interval închis)

{x∈R / -5<x<3}=(-5;3) (interval deschis)

{x∈R / x>-1}=(-1;+∞) (-1...plus infinit)

{x∈R / x≤6}=(-∞;6] (minus infinit...6)



Descompunerea expresiilor în factori

–**Prin factor comun**

$x^3 - 5x^2 = x^2(x - 5)$; $(n - 4)^5 + (n - 4)^4 = (n - 4)^4(n - 4 + 1)$

–**Prin formule**

$y^2 - 25 = (y - 5)(y + 5)$; $9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2$

–**Prin grupări de termeni**

$2n^3 + 2n^2 + 7n + 7 = 2n^2(n + 1) + 7(n + 1) = (n + 1)(2n^2 + 7)$

$x^2 + 6x + 8 = x^2 + 4x + 2x + 8 = x(x + 4) + 2(x + 4) = (x + 4)(x + 2)$

Sisteme de ecuaţii

-Rezolvare prin metoda **substituţiei**

$\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 4 + y \\ 2(4 + y) + y = 11 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 4 + y \\ 8 + 3y = 11 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 4 + y \\ 3y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$

-Rezolvare prin metoda **reducerii**

$\begin{cases} a - b = 4 \mid \cdot 2 \\ 3a + 2b = 22 \end{cases}$ $\begin{cases} 2a - 2b = 8 \\ 3a + 2b = 22 \end{cases}$ (se adună ecuaţiile)

$5a \ / = 30 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow b = 4$

Medii

Aritmetică $m_a = \frac{x + y}{2}$; **Geometrică** $m_g = \sqrt{xy}$

Armonică $m_h = \frac{2xy}{x + y}$ **Inegalitatea mediilor** $m_h \le m_g \le m_a$

Media aritmetică ponderată a numerelor 10; 12; 9 , având ponderile 3; 6; 5 este $m_{ap} = \frac{10 \cdot 3 + 12 \cdot 6 + 9 \cdot 5}{3 + 6 + 5}$

Ecuaţia de gradul doi

Forma generală $ax^2 + bx + c = 0$.

Rezolvare: calculăm Δ (**delta**), $\boxed{\Delta = b^2 - 4ac.}$

Dacă $\Delta < 0$, ecuaţia nu are soluţii.

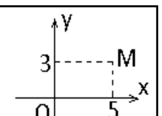
Dacă $\Delta > 0$, soluţiile sunt: $\boxed{x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}}$

Sistem de axe

Ox- axa **absciselor**

Oy- axa **ordonatelor**

Punctul M(5;3)



5 şi 3 sunt **coordonatele** punctului M.

Numărul 5 este **abscisa**, iar 3 este **ordonata** lui M.

Funcţii

Spunem că am definit o funcţie pe mulţimea A cu valori în mulţimea B dacă facem ca **fiecărui** element din A să-i corespundă un **singur** element în B.

$f : A \to B$ (citim "funcţia f definită pe A cu valori în B")

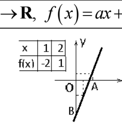
A - **domeniul de definiţie** , B - **domeniul de valori**

Funcţie liniară (de gradul I) este o funcţie de forma $\boxed{f : R \to R,\ f(x) = ax + b.}$

Ex. $f(x) = 3x - 5$

– Reprezentare grafică. Fie $f : R \to R$, $f(x) = 3x - 5$

Calcularea coordonatelor punctelor de intersecţie a graficului cu axele:



-cu axa Oy se calculează $\boxed{f(0)}$; $f(0) = -5 \Rightarrow B(0; -5)$

-cu axa Ox se rezolvă ecuaţia $\boxed{f(x) = 0}$; $3x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3} \Rightarrow A(\frac{5}{3}; 0)$

Daca punctul P(u,v) se afla pe graficul functiei f, atunci f(u)=v.

Calcularea coordonatelor punctului de intersecţie a graficelor a două funcţii f şi g : se rezolvă ecuaţia $\boxed{f(x) = g(x)}$

Determinarea functiei de gradul I cunoscând doua puncte ale graficului:

Ex. Daca graficul trece prin punctele M(1;7) si N(2;9).

f(x)=ax+b => f(1)=7, f(2)=9. Se rezolva sistemul de ecuatii $\begin{cases} a+b=7 \\ 2a+b=9 \end{cases}$

a=2, b=5 => f(x)=2x+5

Unităţi de măsură

Lungime	Arie	Volum	Capacitate	Masă	Timp
3 m=30 dm	7 m²=700 dm²	5 m³=5000 dm³	1 l=1 dm³	4 kg=4000 g	1 oră=60 minute
0,7 m=70 cm	0,05m²=500 cm²	0,03 cm³=30 mm³	3 l=3000 ml	0,5 dag=5 g	1 minut=60 secunde
2 km=2000 m	2 km²=200 hm²	0,05 km³=50 hm³	0,3 dal=3 l	7 cg=70 mg	1 deceniu=10 ani
3,5 cm=35 mm	1 ar=1dam²=100 m²	1 dm³=1000 cm³	0,2 hl=20 l	2 hg=200 g	1 secol=100 ani
2,7 dam=0,27 hm	1 ha=1hm²=100 ari	1 m³=10^9mm³	125 ml=0,125 l	6,23 g=62,3 dg	1 mileniu=1000 ani
1,3 mm=0,13 cm	0,02 ha =2 ari= 200 m²	3 mm³=0,003 cm³	0,07 kl=70 l	3 t=3000 kg	¼ ore=15minute
5,7 hm=570 m	0,04 m²=400 cm²	0,25 dam³=250 m³	3 cl=0,3 dl	34 dg=0,34 g	½ ore=30 minute

Geometrie

Unghiuri

- **congruente**: au măsuri egale
- **adiacente**: au acelaşi vârf şi o latură comună
- **opuse la vârf**: au acelaşi vârf şi laturile unuia sunt în prelungirea laturilor celuilalt

Două unghiuri opuse la vârf sunt congruente

- **complementare**: două unghiuri care au suma 90º
  Ex. complementul unghiului de 20º este unghiul de 70º
- **suplementare**: două unghiuri care au suma 180º
  Ex. suplementul unghiului de 20º este unghiul de 160º
- unghi **alungit**: care are 180º; unghi **nul** care are 0º
- unghi **propriu**: care nu este nici alungit, nici nul
- unghi **ascuţit** < 90º; **drept** = 90º; **obtuz** > 90º
- unghiuri **în jurul unui punct**

Suma unghiurilor în jurul unui punct este 360º

- Unghiuri formate de două drepte cu o secantă
  alterne interne: 1 şi 7; 2 şi 8
  alterne externe: 3 şi 5; 4 şi 6
  corespondente: 1 şi 5; 2 şi 6; 3 şi 7; 4 şi 8

Dacă dreptele sunt paralele, aceste perechi de unghiuri sunt congruente şi reciproc.

Teoreme importante

Cazurile de congruenta a triunghiurilor oarecare

L.U.L. U.L.U. L.L.L.

Cazurile de congruenta specifice triunghiurilor dreptunghice

C.U. (catetă-unghi) I.U. (ipotenuză-unghi) I.C. (ipotenuză-catetă)

- suma unghiurilor unui triunghi este 180º
- suma unghiurilor unui patrulater este 360º
- unghiurile de la baza unui triunghi isoscel sunt congruente
- într-un triunghi isoscel, bisectoarea unghiului de la vârf este şi mediană, înălţime, mediatoare.
- într-un triunghi dreptunghic, mediana din vârful unghiului drept este jumătate din ipotenuză. $AM = \frac{BC}{2}$
- într-un triunghi dreptunghic care are un unghi de 30º, cateta opusă acestui unghi este jumătate din ipotenuză. $AB = \frac{BC}{2}$
- teorema lui **Thales**: $EF \parallel BC \Leftrightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$
- teorema **fundamentală a asemănării**:
  dacă $EF \parallel BC$, atunci $\Delta AEF \sim \Delta ABC$ (sunt asemenea), adică $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$

Cazurile de asemanare a triunghiurilor

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ (adică sunt asemenea) dacă:

- cazul I $\angle A \equiv \angle D$ şi $\angle B \equiv \angle E$
- cazul II $\angle A \equiv \angle D$ şi $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$
- cazul III $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$

raportul ariilor a două triunghiuri asemenea este egal cu pătratul raportului de asemănare

- teorema **bisectoarei**: dacă AD este bisectoare, $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC}$

Într-un Δ dreptunghic:

- teorema **înălţimii**: $AD = \sqrt{BD \cdot DC}$
- teorema **catetei**: $AB = \sqrt{BD \cdot BC}$
- teorema lui **Pitagora**: $AB^2 + AC^2 = BC^2$
- **unghiul la centru** $\angle AOB$ are măsura egală cu a arcului cuprins între laturi $\angle AOB = \overset{\frown}{AB}$
- **unghiul înscris** $\angle AMB$ are măsura jumătate din a arcului cuprins între laturi $\angle AMB = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$
- unghiul format de o tangentă cu o coardă este jumătate din arcul subântins de coardă
- raza este perpendiculară pe tangentă
- diametrul perpendicular pe o coardă înjumătăţeşte şi coarda şi arcul.

cercuri secante cercuri tangente cercuri tangente cercuri concentrice

- puncte **conciclice**: care se afla pe un cerc

Trigonometrie

sinus= $\frac{\text{cat.op.}}{\text{ip}}$; cosinus= $\frac{\text{cat.al.}}{\text{ip}}$

tangenta= $\frac{\text{cat.op.}}{\text{cat.al.}}$; cotangenta= $\frac{\text{cat.al.}}{\text{cat.op.}}$

cos u=sin (90º–u)

$\sin^2 u + \cos^2 u = 1$ tg $u = \frac{\sin u}{\cos u}$

	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Puncte şi drepte

- puncte **coliniare**: sunt situate pe o dreaptă
- drepte **concurente**: drepte care se intersectează
  - **punct de concurenţă**: punctul în care se intersectează două drepte $a \cap b = \{P\}$
- **semidreapta deschisă**: (OA $O \notin (OA$
- **semidreapta închisă**: [OA $O \in [OA$ O - originea
- segmente **congruente**: au lungimi egale $[AB] \equiv [CD]$
- drepte **perpendiculare**: formează un unghi drept $a \perp b$
- drepte **paralele**: sunt în acelaşi plan şi nu se intersectează $a \parallel b$

Axioma lui Euclid:
printr-un punct exterior unei drepte se poate duce o singură paralelă la dreapta dată.

Linii importante în triunghi

- **Bisectoarea**: împarte un unghi în două unghiuri congruente.
  Bisectoarele sunt concurente în **I** - centrul cercului înscris
  cercul înscris în triunghi
- **Mediatoarea**: perpendiculară pe mijlocul unei laturi.
  Mediatoarele sunt concurente în **O** - centrul cercului circumscris.
  La triunghiul obtuzunghic, O este situat în exterior.
  La triunghiul dreptunghic, O este în mijlocul ipotenuzei.
  cercul circumscris triunghiului
- **Înălţimea**: perpendiculara dintr-un vârf pe latura opusă.
  Înălţimile sunt concurente în **H** - ortocentrul.
  La triunghiul obtuzunghic, H este în exterior.
- **Mediana**: uneşte un vârf cu mijlocul laturii opuse.
  Medianele sunt concurente în **G** - centrul de greutate.
  Centrul de greutate este la $\frac{1}{3}$ de bază şi $\frac{2}{3}$ de vârf: $GM = \frac{1}{3}AM$ $AG = \frac{2}{3}AM$

Simetrie

Triunghiul A'B'C' este simetricul triunghiului ABC faţă de punctul O.
O - centru de simetrie

Triunghiul A'B'C' este simetricul triunghiului ABC faţă de dreapta d
d - axă de simetrie

Arii şi alte formule

Triunghi $A_\Delta = \frac{b \cdot h}{2}$; $A_\Delta = \frac{ab \sin C}{2}$; $A_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, unde p este semiperimetrul, $p = \frac{a+b+c}{2}$ **(formula lui Heron)**

Triunghi **echilateral**: înălţimea $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; aria $A_{\Delta ech.} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Triunghi **dreptunghic**: înălţimea $h = \frac{c_1 \cdot c_2}{ip}$; aria $A_{\Delta dr.} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2}$

Linia mijlocie în triunghi
- uneşte mijloacele a două laturi;
  Este paralelă cu a treia latură şi este jumătate din aceasta.

Raza cercului înscris în triunghi $r = \frac{A}{p}$
(A-aria, p-semiperimetrul)

Unghi exterior al unui triunghi

Paralelogram A=b•h
Dreptunghi A=L•l
Romb $A = \frac{D \cdot d}{2}$
Pătrat diag. $d = l\sqrt{2}$ $A = l^2$

Trapez $A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$ sau $l_m \cdot h$

Linia mijlocie în trapez
- uneşte mijloacele laturilor neparalele;
  Este paralelă cu bazele şi este egală cu media lor aritmetică: $l_m = \frac{B+b}{2}$

Segmentul care uneste mijloacele diagonalelor unui trapez este egal cu $\frac{B-b}{2}$

Poligon regulat -are toate laturile congruente si unghiurile congruente

n - nr. laturi apotema $a_n = R\cos\frac{180°}{n}$; latura $l_n = 2R\sin\frac{180°}{n}$

Măsura unghiului $u_n = \frac{(n-2) \cdot 180°}{n}$; Nr. diagonalelor $= \frac{n(n-3)}{2}$

OM-apotema

△ echilateral pătrat pentagon hexagon octogon decagon

Cerc
Lungimea (circumferinţa) $L = 2\pi R$, Aria $A = \pi R^2$, $\pi \approx 3{,}14159265...$

Figuri geometrice

http://sorinborodi.ro/

Triunghi
- **isoscel**: are două laturi congruente
- **echilateral**: are toate laturile congruente
- **oarecare**: are laturi de lungimi diferite
- **ascuţitunghic**: toate unghiurile ascuţite
- **obtuzunghic**: are un unghi obtuz
- **dreptunghic**: are un unghi drept
  catete: laturile care formează unghiul drept
  ipotenuza: latura opusă unghiului drept

Patrulater convex concav

- **Paralelogram**: are laturile opuse paralele
  Proprietăţile paralelogramului:
  - laturile opuse sunt congruente
  - unghiurile opuse sunt congruente, iar unghiurile alăturate sunt suplementare
  - diagonalele au acelaşi mijloc

Dreptunghiul: paralelogramul care are un unghi drept
- diagonalele dreptunghiului sunt congruente

Rombul: paralelogramul care are două laturi alăturate congruente
- diagonalele rombului sunt perpendiculare şi sunt bisectoare ale unghiurilor

Pătratul: are toate proprietăţile dreptunghiului şi rombului

- **Trapezul**: are două laturi paralele şi celelalte două neparalele

Trapez isoscel are laturile neparalele congruente
Trapez dreptunghic are un unghi drept

Geometrie in spatiu

-O dreapta este perpendiculara pe un plan daca este perpendiculara pe doua drepte concurente din acel plan
-Daca o dreapta este perpendiculara pe un plan, atunci ea este perpendiculara pe toate dreptele din acel plan.
- **teorema celor trei perpendiculare**:
  $AM \perp \alpha, MB \perp d \Rightarrow AB \perp d$

Unghiul dintre o dreapta si un plan este egal cu unghiul format de dreapta cu proiectia ei pe plan.

Aria proiectiei pe un plan a unei figuri cu aria A este egala cu A•cos u, unde u este unghiul format de planul figurii cu planul de proiectie.

Poliedre

Prisma $V = A_B \cdot h$
A_L = suma ariilor feţelor laterale
$A_L = P_B \cdot h$
Aria totală $A_T = A_L + 2A_B$
Diagonala paralelipipedului
$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
Diagonala cubului $d = l\sqrt{3}$

Piramida $V = \frac{A_B \cdot h}{3}$
A_L = suma ariilor feţelor laterale
$A_L = \frac{P_B \cdot ap}{2}$
Aria totală $A_T = A_L + A_B$
apotemă=înălţimea unei feţe laterale
Volumul tetraedrului regulat $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Trunchiul de piramidă
$V = \frac{h}{3}(A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b})$
A_L =suma ariilor feţelor laterale
$A_L = \frac{(P_B + P_b) \cdot ap}{2}$
Aria totală $A_T = A_L + A_B + A_b$

Corpuri rotunde

Cilindrul $A_L = 2\pi RG$
$A_T = A_L + 2A_B$
$V = \pi R^2 h$

Conul $A_L = \pi RG$
$A_T = A_L + A_B$
$V = \frac{\pi R^2 \cdot h}{3}$

unghiul sectorului desfăşurării $u = \frac{360° R}{G}$

Trunchi de con
$A_L = \pi G(R + r)$
$A_T = A_L + A_B + A_b$
$V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$

Sfera $A = 4\pi R^2$
$V = \frac{4\pi R^3}{3}$