BUZAU **OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**

Etapa locală 28.02.2015

CLASA a V-a

Subiectul 1 (7 puncte)

1. Suma cifrelor unui număr natural este 23, iar câtul împărţirii sale prin 9 este 96. Să se afle numărul.

Subiectul 2 (7 puncte)

2. Să se scrie numărul 2003^{2003} ca sumă de 2003 numere naturale consecutive.

Subiectul 3 (7 puncte)

3. Determinaţi numerele naturale x astfel încât mulţimile
   $A = \{2x, 6x + 4, 3x +5\}$ şi $B = \{2x -1, 2x +1, 5x +6\}$ să aibă un singur element comun.

Subiectul 4 (7 puncte)

4. Câte numere naturale verifică relaţia
   $(n + 7)(n +8) < 100$?

CLASA a VI-a

Subiectul 1 (7 puncte)

1. Arătaţi că pentru orice numere naturale n fracţiile $\frac{5n+2007}{8}$ şi $\frac{11n-2006}{8}$ nu pot fi simultan numere întregi.

Subiectul 2 (7 puncte)

2. Fie numărul $\overline{abcd}$ în baza 10 şi suma $s = \overline{abcd} + \overline{dcba}$. Arătaţi că s se divide cu 27 dacă şi numai dacă $a + b + c + d = 27$

Subiectul 3 (7 puncte)

3. Două unghiuri sunt adiacente, iar bisectoarele lor sunt perpendiculare. Aflaţi măsurile unghiurilor, ştiind că $\frac{1}{7}$ din măsura unuia este jumătate din măsura celuilalt.

Subiectul 4 (7 puncte)

4. Pe laturile unghiului $\measuredangle AOB$ se consideră punctele C şi D astfel încât $C \in (OA$, $D \in (OB$, $[OC] \equiv [OD]$. Ştiind că $[OA] \equiv [OB]$ şi $AD \cap BC = \{I\}$, demonstraţi că $\measuredangle IOA \equiv \measuredangle IOB$.

BUZAU **OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**

Etapa locală 28.02.2015

CLASA a VII-a

Subiectul 1 (7 puncte)

1. Fie $n \in \boldsymbol{N}$, $n > 2$. Arătaţi că numărul fracţiilor ireductibile din mulţimea $\left\{\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n}, \ldots, \frac{n-1}{n}\right\}$ este par.

Subiectul 2 (7 puncte)

2. Determinaţi valorile naturale ale lui a pentru care ecuaţia $\left|a + |x-a|\right| = 3$ are două rădăcini întregi. Rezolvaţi în acest caz ecuaţia.

Subiectul 3 (7 puncte)

3. În triunghiul ABC se duc înălţimile [BH] şi [CK], iar în triunghiul AKH se duc înălţimile [KM] şi [HL].
   a) Arătaţi că AB·AM = AC·AL
   b) Arătaţi că LM ∥ BC.

Subiectul 4 (7 puncte)

4. În paralelogramul ABCD cu AD = 15 cm şi AB = 30 cm se ia un punct M pe [AC] astfel încât $\frac{AM}{MC} = \frac{1}{2}$. Prin punctul M se duc MN ∥ AD, N∈[DC] şi MP ∥ DC, P∈[AD]. Calculaţi perimetrul patrulaterului MNDP.

CLASA a VIII-a

Subiectul 1 (7 puncte)

1. a) Determinaţi toate perechile de numere întregi (x,y) care verifică egalitatea:
$$2x^2 - 5xy + 2y^2 = 27$$
   b) Să se demonstreze inegalitatea
$$\sqrt{\frac{x(y+z)}{3}} + \sqrt{\frac{y(x+z)}{3}} + \sqrt{\frac{z(x+y)}{3}} \le \frac{5}{6}(x+y+z) \quad , \qquad \forall\ x, y, z \in \boldsymbol{R}_+$$

Subiectul 2 (7 puncte)

2. Determinaţi numerele naturale a şi b dacă numerele $\frac{a^2+b}{b^2-a}$ şi $\frac{b^2+a}{a^2-b}$ sunt întregi.

Subiectul 3 (7 puncte)

3. Prisma triunghiulară regulată ABCA′B′C′ are AB = AA′.
   a) Determinaţi poziţia punctului T∈ (BB′) pentru care perimetrul triunghiului A′TC′ este minim.
   b) Demonstraţi că (BAC′) ⊥ (TA′C)

Subiectul 4 (7 puncte)

4. O piramidă patrulateră VABCD are toate muchiile congruente şi aria laterală de $36\sqrt{3}$ cm^2.
   a) Demonstraţi că piramida este regulată;
   b) Arătaţi că două muchii laterale opuse sunt perpendiculare.