

OLIMPIADA SATELOR CLUJENE**MATEMATICĂ- ETAPA LOCALĂ****CLASA a IV-a****27.02.2015****Subiectul I.(30 puncte)**

a) Calculează: $[2+(3 \cdot 5 - 2 \cdot 4)]:3+3:[2+(49:7-2):5]$

b) Află numărul necunoscut: $[(x+789:3) \cdot 8 - 1868] \cdot 6 = 1416$

Subiectul II.(20 puncte)

Când s-a născut Jack, Tom avea vârsta egală cu un sfert din cel mai mare număr mai mic decât 20 care conține cifra 6. În 2015, Tom a împlinit 5 ani.

a) În ce an s-a născut Jack?

b) Care este cel mai apropiat an după 2015 în care Tom va avea vârsta dublul vârstei lui Jack?

Subiectul III.(20 puncte)

(SUDOKU) Completați pătratele de mai jos astfel încât orice rând, orice coloană și orice pătrat de 3x3 căsuțe să conțină, o singură dată, fiecare cifră cuprinsă între 1 și 9.

4			5	1	2			7
6	1	7		9			4	
	5	3				8		9
	6		7	3	1		2	4
7	9				5	1	8	3
1		2	9	4			5	
5		6		7			3	8
9	4			8	6		7	2
3			2		4		9	1

Subiectul IV.(20 puncte)

Veverițele Miți, Piți și cu Riți au număr egal de grămezi de alune, doar că Piți are în fiecare grămadă câte 1 alună, Riți are în fiecare grămadă câte 3 alune iar Miți are în fiecare grămadă câte 5 alune. Prietenul lor Jack le face o surpriză și le aduce câteva alune, astfel Piți primește 50 de alune, Riți primește 40 de alune iar Miți primește 30 de alune. Știind că după surpriza făcută de Jack, cele trei veverițe au împreună 345 alune, aflați câte alune are fiecare dintre ele.

Subiectele au fost - propuse de prof. Cristian Petru Pop, ISJ Cluj

- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp efectiv de lucru - 2 ore.

“Matematică, matematică, matematică, matematică,.....

Atâta matematică? Nu! Mai multă!”

OLIMPIADA SATELOR CLUJENE**MATEMATICĂ- ETAPA LOCALĂ****CLASA a V-a****27.02.2015****Subiectul I.(30 puncte)**

Să se calculeze:

- a) $50 : (51 - 50 : 50)(2016 - 2015^0)$;
- b) $a + 4b + 3c$, știind că $a + b = 1100$ și $b + c = 305$.

Subiectul II.(15 puncte)

Să se determine care pot fi ultimele 2 cifre ale sumei a 25 de numere naturale consecutive.

Subiectul III.(20 puncte)

(SUDOKU) Completați pătratele de mai jos astfel încât orice rând, orice coloană și orice pătrat de 3x3 căsuțe să conțină, o singură dată, fiecare cifră cuprinsă între 1 și 9.

9	1	4			5			
3		6		7	9		2	4
8		2			1			5
5		9	1	4	2			3
7	2				3		1	
	4		6				5	
			2				4	
		1	7	5		3	9	2
	3	5	9		4	7	6	

Subiectul IV.(25 puncte)

Ionel are banii adunați aranjați în plicuri: în primul plic are 7 lei, în al doilea plic are 11 lei, în al treilea plic are 15 lei, în plicul cu numărul 4 are 19 lei, în plicul cu numărul 5 are 23 lei, și așa mai departe.

- a) Aflați ce sumă are Ionel în plicul cu numărul 30;
- b) Stabiliți dacă există vreun plic în care să fie 2015 lei;
- c) Ionel își dorește o consolă PlayStation 4 care costă 1799 lei. Câți lei primește rest Ionel dacă plătește cu banii din primele 30 plicuri?

Subiectele au fost - propuse de prof. Simona Pop - Colegiul Augustin Maior Cluj-Napoca

prof. Anca Cristina Hodorogea - ISJ Cluj

prof. Emilia Copaciu - Colegiul Ana Aslan Cluj-Napoca

- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

**Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timp efectiv de lucru - 2 ore.**

“Matematică, matematică, matematică, matematică,.....
Atâta matematică? Nu! Mai multă!”

OLIMPIADA SATELOR CLUJENE
MATEMATICĂ- ETAPA LOCALĂ
CLASA a VI-a
27.02.2015

Subiectul I.(30 puncte)

- a) Să se determine numerele naturale x astfel încât $\frac{1}{5} < \frac{3}{x-2} \leq \frac{9}{5}$;
- b) Arătați că $(11^{2015} - 11^{2014}) : (11^{2014} - 11^{2013}) + 3^3 \cdot 2 \in N$.
- c) Fie $A = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2013 \cdot 2014} + \frac{1}{2014 \cdot 2015}$ și
 $B = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{2015}\right)$. Determinați numerele A și B și
demonstrați că $\frac{A}{2014B} \in N$.

Subiectul II.(20 puncte)

Din suma economisită, un elev a cheltuit în prima zi $\frac{1}{25}$; a doua zi a cheltuit $0,3$ din suma rămasă, a treia zi a cheltuit un sfert din noul rest, rămânându-i pentru a patra zi suma de 18 lei. Ce sumă a avut inițial și cât a cheltuit în fiecare zi elevul?

Subiectul III.(20 puncte)

(SUDOKU) Completați pătratele de mai jos astfel încât orice rând, orice coloană și orice pătrat de 3×3 căsuțe să conțină, o singură dată, fiecare cifră cuprinsă între 1 și 9.

6		5	7	2		8		1
	2					6	9	
		1						
9			4	7	2	1		
				1	6	5		
		3	5		9		6	2
1			6	5		3	2	8
5		7		9				
8					3	9		7

Subiectul IV.(20 puncte)

- a) Suma a două unghiuri adiacente este 130° . Determinați măsura unghiului format de bisectoarele celor două unghiuri adiacente.
- b) Determinați două unghiuri complementare, știind că $\frac{4}{9}$ din măsura unuia reprezintă cât dublul a $\frac{2}{3}$ din măsura celuilalt.

*Subiectele au fost - propuse de prof. Sorin Pop - Școala Octavian Goga Cluj-Napoca
prof. Sorin Galea - Colegiul Ana Aslan Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic*

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp efectiv de lucru - 2 ore.

“Matematică, matematică, matematică, matematică,.....
Atâta matematică? Nu! Mai multă!”

OLIMPIADA SATELOR CLUJENE
MATEMATICĂ- ETAPA LOCALĂ
CLASA a VII-a
27.02.2015

Subiectul I. (30 puncte)

Se consideră numerele a și b , unde:

$$a = 0, (25) \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 2015) : 36 \frac{7}{11} : 35 \text{ și } b = \sqrt{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2015 + 3}.$$

- a)* Calculați a și arătați că este pătrat perfect.
b) Arătați că b este număr irațional.

Subiectul II. (20 puncte)

Un sfert din suprafața unei grădini este cultivată cu roșii, o cincime cu castraveți, iar pe restul de 88 m^2 sunt pomi fructiferi.

- a)* Arătați că suprafața acoperită cu legume este mai mică decât jumătate din suprafața grădinii.
b) Câți ari are grădina?

Subiectul III. (20 puncte)

Rombul $ABCD$ are $m(\sphericalangle ADC) = 150^\circ$. Pe latura (CD) se construiește în exterior triunghiul echilateral CDE . Demonstrați că triunghiul ACE este isoscel.

Subiectul IV. (20 puncte)

Fie pătratul $ABCD$ cu $AB = 25 \text{ cm}$, $M \in (AB)$, astfel încât $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{4}$. Știind că $MN \parallel AD$, $N \in (AC)$ și $NP \parallel DC$, $P \in (BC)$, aflați aria patrulaterului $MNPB$.

Subiectele au fost - propuse de prof. Paula Balica - Școala Ion Agârbiceanu Cluj-Napoca
prof. Ioan Balica - Școala Ioan Bob Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timp efectiv de lucru - 2 ore.

OLIMPIADA SATELOR CLUJENE
MATEMATICĂ- ETAPA LOCALĂ
27.02.2015
CLASA a VIII-a

Subiectul I.(30 puncte)

1. Verificați dacă $a = 1 + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}} + \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2}$ aparține mulțimii $A = \left\{x \in \mathbb{R} / \left| \frac{2x-1}{3} \right| \leq 2 \right\}$;
2. Să se determine numerele x și y care verifică egalitatea $x^2 + y^2 - 4y + 8x + 20 = 0$;
3. Calculați $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{1}\cdot 2} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}\cdot 2} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{4}\cdot 3} + \dots + \frac{\sqrt{2025}-\sqrt{2024}}{\sqrt{2024}\cdot 2025}$.

Subiectul II.(15 puncte)

Fie expresia $E(x) = \left(\frac{3}{x-2} + \frac{2}{x+2} + \frac{7}{4-x^2} \right) : \left(\frac{7-4x}{x^2-4} + 1 \right)$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 1, 2, 3\}$

- a) Arătați că $E(x) = \frac{5}{x-3}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 1, 2, 3\}$.
- b) Determinați media geometrică a numerelor $a = |E(3\sqrt{2})|$ și $b = |E(-3\sqrt{2})|$.
- c) Determinați valorile întregi ale lui t pentru care $E(t) \in \mathbb{Z}$.

Subiectul III.(20 puncte)

Un suport pentru creioane are forma unei prisme triunghiulare regulate $ABCDEF$. Înălțimea suportului este egală cu 15 cm , iar aria bazei este egală cu $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

- a) Un creion are un capăt în punctul D iar celălalt în mijlocul laturii BC . Demonstrați că lungimea creionului nu depășește 18 cm .
- b) Determinați măsura unghiului dintre planele (ABC) și (DBC) .

Subiectul IV.(25 puncte)

Un cort militar confecționat din pânză are forma unei piramide patrulateră regulate $SABCD$ și este susținut prin tije metalice corespunzătoare tuturor muchiilor piramidei. Tijele corespunzătoare muchiilor bazei au lungimea egală cu $8m$, iar tija corespunzătoare înălțimii are lungimea egală cu $3m$. Cortul se încheie cu un fermoar atașat de-a lungul înălțimii unei fețe laterale.

- a) Determinați lungimea fermoarului.
- b) Un melc se deplasează pe pereții exteriori ai cortului din punctul A până în punctul C . Demonstrați că drumul minim parcurs de melc este mai mic de 13 m . ($6,4 < \sqrt{41} < 6,5$)
- c) Demonstrați că $EO \parallel (SAB)$ știind că E este mijlocul muchiei SC și O este centrul bazei $ABCD$.

*Subiectele au fost -propușe de prof: Elena Măgdaș - Școala Gimnazială "Horea" Cluj-Napoca
 prof: Ioana Ludușan - Liceul Teoretic "Gheorghe Șincai" Cluj-Napoca
 - traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda*

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timp efectiv de lucru - 2 ore.

OLIMPIADA SATELOR CLUJENE

Barem CLASA a IV-a

27.02.2015

Of. 10p

SUBIECTUL I: (30 puncte)

- a) $[2+(3 \cdot 5 - 2 \cdot 4)]:3+3:[2+(49:7-2):5]=[2+(15-8)]:3+3:(2+1)=4$ (10 puncte)
 $(2+7):3+3:3=3+1=4$ (5 puncte)
- b) $(x+263) \cdot 8 - 1868 = 1416 : 6 \Leftrightarrow (x+263) \cdot 8 = 236 + 1868$ (10 puncte)
 $x+263 = 263 \Leftrightarrow x = 0$ (5 puncte)

SUBIECTUL II (20 puncte)

Cel mai mare număr mai mic decât 20 care conține cifra 6 este 16 (5 puncte)

Când s-a născut Jack, Tom avea $16:4=4$ ani (5 puncte)

- a) Dacă în 2015 Tom a împlinit 5 ani, atunci Jack s-a născut în 2014 (5 puncte)
b) În 2018 Tom va avea 8 ani, iar Jack 4 ani. (5 puncte)

SUBIECTUL III (20 puncte)

4	8	9	5	1	2	3	6	7
6	1	7	8	9	3	2	4	5
2	5	3	4	6	7	8	1	9
8	6	5	7	3	1	9	2	4
7	9	4	6	2	5	1	8	3
1	3	2	9	4	8	7	5	6
5	2	6	1	7	9	4	3	8
9	4	1	3	8	6	5	7	2
3	7	8	2	5	4	6	9	1

Se acordă 10 puncte pentru completarea parțială, dar corectă.

SUBIECTUL IV (20 puncte)

Fie x numărul de grămezi

$$\left. \begin{array}{l} P: x \cdot 1 + 50 \\ R: x \cdot 3 + 40 \\ M: x \cdot 5 + 30 \end{array} \right\} \Rightarrow 9x + 120 = 345 \Rightarrow x = 25 \Rightarrow \begin{cases} P = 75 \\ R = 115 \\ M = 155 \end{cases} \quad (20 \text{ puncte})$$

OLIMPIADA SATELOR CLUJENE

Barem CLASA a V-a

27.02.2015

Of. 10p

SUBIECTUL I: (30 puncte)

a) $50 : (51 - 50 : 50) (2016 - 2015^0) = 50 : 50 \cdot 2015 = 2015$ (15 puncte)

b) $a + 4b + 3c = a + b + 3(b + c) = 1100 + 915 = 2015$ (15 puncte)

SUBIECTUL II (15 puncte)

$S = x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + \dots + x + 24 = 25x + 300$ (10 puncte)

1. $x = 4k$, k natural, deci $S = 100K + 300 = \dots 00$

2. $x = 4k + 1$, k natural, deci $S = 100K + 325 = \dots 25$

3. $x = 4k + 2$, k natural, deci $S = 100K + 350 = \dots 50$

4. $x = 4k + 3$, k natural, deci $S = 100K + 375 = \dots 75$ (5 puncte)

SUBIECTUL III (20 puncte)

9	1	4	3	2	5	6	8	7
3	5	6	8	7	9	1	2	4
8	7	2	4	6	1	9	3	5
5	6	9	1	4	2	8	7	3
7	2	8	5	9	3	4	1	6
1	4	3	6	8	7	2	5	9
6	9	7	2	3	8	5	4	1
4	8	1	7	5	6	3	9	2
2	3	5	9	1	4	7	6	8

Se acordă 10 puncte pentru completarea parțială, dar corectă.

SUBIECTUL IV (25 puncte)

Observăm că în plicul cu numărul n , Ionel are $4n + 3$ lei; (5 p)

a) 123 lei; (5 p)

b) $4n + 3 = 2015$, deci $n = 503$; (5 p)

c) $S_{30} = 4(1 + 2 + 3 + \dots + 30) + 3 \cdot 30 = 1950$ (5 p)

Ionel primește rest 151 lei. (5 p)

OLIMPIADA SATELOR CLUJENE

Barem CLASA a VI-a

27.02.2015

Of. 10 p

Subiectul I. (30 puncte)

a) $\frac{9}{45} < \frac{9}{3x-6} \leq \frac{9}{5}$ (2 puncte)
inversarea $5 \leq 3x - 6 < 45$ (3 puncte)
 $x \in \{4, 5, \dots, 16\}$. (5 puncte)

b) $= [11^{2014} \cdot (11 - 1)] : [11^{2013} \cdot (11 - 1)] + 54 =$ (4 puncte)
 $= 11 + 54 =$ (3 puncte)
 $= 65$ (3 puncte).

c) $A = \frac{2014}{2015}$ (3 puncte), $B = \frac{1}{2015}$ (3 puncte), $\frac{A}{2014B} = 1$ (4 puncte)

Subiectul II. (20 puncte)

Notăm cu x suma de bani economisită. (1 punct)

dupa prima zi rămâne cu $\frac{24x}{25}$ (4 puncte)

dupa a doua zi rămâne cu $\frac{16x}{25}$ (5 puncte)

dupa a treia zi rămâne cu $\frac{12x}{25} = 18$ (5 puncte)

$x = 37.5$ lei Cheltuie 1,5; 12; și 6 lei. (5 puncte)

Orice alta metoda se punctează corespunzător.

Subiectul III. (20 puncte)

6	9	5	7	2	4	8	3	1
7	2	4	8	3	1	6	9	5
3	8	1	9	6	5	2	7	4
9	5	6	4	7	2	1	8	3
2	7	8	3	1	6	5	4	9
4	1	3	5	8	9	7	6	2
1	4	9	6	5	7	3	2	8
5	3	7	2	9	8	4	1	6
8	6	2	1	4	3	9	5	7

Se acordă 10 puncte pentru completarea parțială, dar corectă.

Subiectul IV. (20 puncte)

a) Măsura unghiului $= 65^0$ (10 puncte)

b) $\begin{cases} m\hat{A} + m\hat{B} = 90^0 \\ \frac{4}{9}m\hat{A} = \frac{4}{3}m\hat{A} \end{cases}$ (5 puncte)

$m\hat{A} = 22^030'$, $m\hat{B} = 67^030'$ (5 puncte)

OLIMPIADA SATELOR CLUJENE

Barem CLASA a VII-a

27.02.2015

Subiectul I.(30 puncte)

a) (10 puncte) $a = \frac{25}{99} \cdot \frac{2015 \cdot 2016}{2} : \frac{403}{11} \cdot \frac{1}{35}$

(3 puncte) $a = \frac{25}{99} \cdot \frac{5 \cdot 403 \cdot 9 \cdot 16 \cdot 7}{1} \cdot \frac{11}{403} \cdot \frac{1}{35} = 25 \cdot 16 = 400$

(2 puncte) $a = 20^2$, deci a este pătrat perfect.

b) (10 puncte) $u(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2015) = 0 \Rightarrow u(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2015 + 3) = 3$

(3 puncte) $\Rightarrow 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2015 + 3$ nu este pătrat perfect

(2 puncte) $\Rightarrow \sqrt{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2015 + 3} \notin \mathbb{Q}$, adică b este irațional.

Subiectul II.(20 puncte)

a) (7 puncte) Fie x suprafața grădinii. Atunci $\frac{x}{4}$ = suprafața cultivată cu roșii, iar $\frac{x}{5}$ = suprafața cultivată cu castraveți.

(3 puncte) $\frac{x}{4} + \frac{x}{5} = \frac{9x}{20} < \frac{10x}{20} = \frac{x}{2}$, deci suprafața acoperită cu legume este mai mică decât jumătate din suprafața grădinii.

b) (7 puncte) $\frac{9x}{20} + 88 = x \Leftrightarrow \frac{11x}{20} = 88 \Leftrightarrow x = 160 \text{ m}^2$

(3 puncte) $160 \text{ m}^2 = 1,6 \text{ dam}^2 = 1,6 \text{ ari}$

OBS. Dacă elevii rezolvă punctul b) mai întâi, apoi punctul a), vor primi punctaj maxim și la a), dacă rezolvarea este corectă.

Subiectul III.(20 puncte)

(5 puncte) Desen corect

(5 puncte) $m(\angle ADE) = 150^\circ$

(10 puncte) $\triangle ADE \cong \triangle ADC (L.U.L.) \Rightarrow [AE] \cong [AC] \Rightarrow \triangle ACE$ este isoscel.

Subiectul IV.(20 puncte)

(5 puncte) Desen corect

(3 puncte) $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{1}{5} \Rightarrow MB = 20 \text{ cm}$

(3 puncte) $MNPB$ dreptunghi

(3 puncte) $MN \parallel AD \Rightarrow MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$

(2 puncte) $MN = BP = 5 \text{ cm}$.

(4 puncte) $A_{MNPB} = MN \cdot NP = 100 \text{ cm}^2$.

OLIMPIADA SATELOR CLUJENE

Barem CLASA a VIII-a

27.02.2015

Of. 10p

SUBIECTUL I: (30 puncte)

1. $a = 1 + 3 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 = 3$ (4 puncte);

$$-2 \leq \frac{2x-1}{3} \leq 2 \text{ (1 punct)} \quad -6 \leq 2x-1 \leq 6 \text{ (1 punct)} \quad -\frac{5}{2} \leq x \leq \frac{7}{2} \text{ (2 puncte)}$$

$$A = \left[-\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right] \text{ (1 punct)} \quad ; \quad -\frac{5}{2} \leq 3 \leq \frac{7}{2} \Rightarrow a \in A. \text{ (1 punct)}$$

2. $x^2 + 8x + 16 + y^2 - 4y + 4 = (x+4)^2 + (y-2)^2 \Rightarrow x = -4, y = 2$ (10 puncte)

$$3. \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 \cdot 2}} - \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{1 \cdot 2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3 \cdot 2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3 \cdot 2}} + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4 \cdot 3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4 \cdot 3}} + \dots + \frac{\sqrt{2025}}{\sqrt{2024 \cdot 2025}} - \frac{\sqrt{2024}}{\sqrt{2025 \cdot 2024}} =$$
$$1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024}} - \frac{1}{\sqrt{2025}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2025}} = \frac{44}{45} \text{ (10 puncte)}$$

SUBIECTUL II (15 puncte)

a) $E(x) = \frac{5}{x-3}$ (5 puncte)

b) $a = \left| \frac{5}{3\sqrt{2}-3} \right| = \frac{5(\sqrt{2}+1)}{3}$ (2 puncte); $b = \left| -\frac{5}{3\sqrt{2}+3} \right| = \frac{5(\sqrt{2}-1)}{3}$ (2 puncte); $m_g = \frac{5}{3}$ (1 punct)

c) $E(t) = \frac{5}{t-3}$ (1 punct); $t-3 \in D_5, t \in \{-2, 2, 4, 8\}$ dar $t \notin \{-2, 2\}$, deci $t \in \{4, 8\}$ (4 puncte)

SUBIECTUL III (20 puncte)

Construcția figurii (3 puncte)

a) $A_{ABC} = 25\sqrt{3} \Rightarrow AB = 10 \text{ cm}$ (4 puncte); $AM = 5\sqrt{3} \text{ cm}$ (2 puncte); $DM = 10\sqrt{3} \text{ cm} = \sqrt{300} < \sqrt{324} = 18 \text{ cm}$ (4 puncte), M mijlocul muchiei BC.

b) Teorema celor trei perpendiculare $\Rightarrow DM \perp BC$ (2 puncte)

$$m\angle((ABC), (DBC)) = m\angle(DMA) \text{ (2 puncte)} ; m\angle(DMA) = 60^\circ \text{ (3 puncte)}.$$

SUBIECTUL IV (25 puncte)

Construcția piramidei (3 puncte)

a) $SM = 5 \text{ m}$ (8 puncte), M mijlocul muchiei BC.

b) $AP \perp SB \Rightarrow \text{distanța} = 2AP$ (3 puncte), $SC = \sqrt{41}, A_{SAB} = \frac{AB \cdot SM}{2} = \frac{SB \cdot AP}{2} \Rightarrow$

$$AP = \frac{40\sqrt{41}}{41} \text{ (2 puncte)} \Rightarrow AC = \frac{80\sqrt{41}}{41} < 13 \text{ m. (2 puncte)}$$

c) OE linie mijlocie în $\Delta CSA \Rightarrow OE \parallel SA \Rightarrow OE \parallel (SAB)$ (7 puncte)