OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ 28.02.2015 –

CLASA A V-A

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 2 ore.**

1. Deschizând manualul de matematică la întâmplare, constatați că suma numerelor ce indică cele două pagini este 293. Aflați numerele scrise pe cele două pagini.

(problema 10/41, manual Matematică pentru clasa a 5-a, Editura Radical)

2. Fie mulțimile: A$=\{p^2 | p \in \mathbb{N}\}$, $B = \{5n+2 | n \in \mathbb{N}\}$, $C = \{7m+3 | m \in \mathbb{N}\}$, $D = \{9^k \,| k \in \mathbb{N}^*,\ k \leq 2012\}$. Arătați că:

a) $A \cap B = \emptyset$

b) $2012 \in B \cap C$

c) $D \subset A$

d) 9^{2011} se poate scrie ca sumă de două cuburi perfecte, iar 9^{2012}ca sumă de trei pătrate perfecte.

(Dorina Bocu, Olimpiadele și concursurile de matematică V-VIII 2014, Editura Bîrchi)

3. Numim număr *„preferat”* orice număr natural de trei cifre nenule diferite, care are proprietatea că produsul cifrelor sale este pătrat perfect.

a) Scrieți două numere *„preferate”* care au ultima cifră 2.

b) Câte numere *„preferate”* există?

c) Stabiliți dacă suma tuturor numerelor *„preferate”* este pătrat perfect.

(Gheorghe Radu, Olimpiadele și concursurile de matematică V-VIII 2014, Editura Bîrchi)

4. Să se arate că orice număr de forma $M = \overline{xy3}^1 + \overline{xy3}^2 + \overline{xy3}^3 + \ \ldots + \overline{xy3}^{100}$ se divide cu 10.

(Ionuț Mazalu, Brăila problema S:E14.206 GM 9/2014)

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ 28.02.2015 –

CLASA A VI-A

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 2 ore.

1. Un tren parcurge o distanță în 8 ore astfel: $2\frac{1}{2}$ ore merge cu viteza de 80 km/oră, $3\frac{1}{3}$ ore cu 75 km/oră, iar restul timpului cu 90 km/oră. Aflați distanța parcursă.

2. În ΔABC fie $M \in (AB)$ și $N \in (AC)$ cu $[BM] \equiv [CN]$ și $[BN] \equiv [CM]$. Fie $\{O\} = BN \cap CM$. Atunci:

a) ΔMON este isoscel;

b) $[AO$ este bisectoarea $\sphericalangle BAC$.

(Olimpiadele și concursurile de matematică V-VIII 2014, Editura Bîrchi)

3. a) Raportul dintre măsura complementului unui unghi și măsura suplementului său este $\frac{1}{4}$. Aflați măsura unghiului.

b) Fie $\sphericalangle AOB$ ascuțit și $\sphericalangle BOC$ și $\sphericalangle BOD$ astfel încât $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ sunt unghiuri adiacente complementare, iar $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOD$ sunt unghiuri adiacente suplementare, $[OP$ semidreapta opusă lui $[OB$, $[OM$ bisectoarea $\sphericalangle BOC$, $[ON$ bisectoarea $\sphericalangle AOP$. Arătați că $m(\sphericalangle MON) = 135^o$.

(Ionela Pop, Olimpiadele și concursurile de matematică V-VIII 2014, Editura Bîrchi)

4. Arătați că: a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 1$

b) $3^{33} + 4^{33} + 5^{33} < 6^{33}$.

(Damian Marinescu, Târgoviște, problema E:14594, GM 1/2014)

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ 28.02.2015 –

CLASA A VII-A

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

1. Un profesor a corectat 25 de lucrări şi a obţinut o medie a notelor de 6,56. Apoi le-a recorectat şi zece note au fost mărite cu câte un punct. Care este media notelor după recorectare?

(Manual Matematică pentru clasa a VII-a, Editura Radical)

2. Fie ABCD un paralelogram şi E, F mijloacele segmentelor [BC], şi respectiv [CD]. Dacă AE∩BF={G}, şi $H \in (AG)$, cu $[AH] \equiv [HG]$, aflaţi $\frac{HG}{HE}$.

(Sorin Furtună, Stelică Pană, Olimpiadele şi concursurile de matematică V-VIII 2014, Editura Bîrchi)

3. Pe diagonala [AC] a pătratului ABCD se ia un punct E astfel încât $\frac{EA}{EC} = \frac{1}{2}$. Dacă AE=$\frac{10\sqrt{2}}{3}cm$, determinaţi aria şi perimetrul pătratului ABCD, precum şi aria triunghiului ABE.

(Gheorghe Achim, Olimpiadele şi concursurile de matematică V-VIII 2014, Editura Bîrchi)

4. Determinaţi $\overline{ab} \in N$ cu $\sqrt{a+\sqrt{\overline{ab}}} = a$

(Gheorghe Iacob, Paşcani problema E:14597 GM1/2014)

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ 28.02.2015 –

CLASA A VIII-A

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

1. Aflaţi toate numerele prime care sunt cu 4 mai mici decât un pătrat perfect.

(Manual Matematică pentru clasa a VIII-a, Dana Radu şi Eugen Radu, Editura Teora)

2. Fie $a,b,c \in (0;\infty)$ cu $a \cdot b \cdot c = 1$.

a) Verificaţi egalitatea: $\frac{1}{1+a^2c} + \frac{1}{1+b^2c} = 1$;

b) Demonstraţi că: $\frac{1}{1+a^2b} + \frac{1}{1+b^2c} + \frac{1}{1+c^2a} < 2$;

(Vasile Berghea, Olimpiadele şi concursurile de matematică V-VIII 2014, Editura Bîrchi)

3. În prisma triunghiulară regulată ABCDEF, DA $\perp$ (ABC), DA=AB=6cm, G e centrul de greutate pentru triunghiul DEF, O e centrul feţei BCEF, iar P mijlocul lui [EF]

a) Arătaţi că AF $\|$ (DBP).

b) Determinaţi m($\sphericalangle$ (OG;FC));

c) Determinaţi d(BC;(AFE))

(Dorina Bocu, Olimpiadele şi concursurile de matematică V-VIII 2014, Editura Bîrchi)

4. Fie piramida regulată VABCD, {O}=AC∩BD, şi P,Q $\in$ (VO). Dacă {E}=AP∩CV, {F}=CP∩AV, {S}=BQ∩DV şi {T}=DQ∩BV, arătaţi că măsura unghiului dintre dreptele EF şi ST nu depinde de alegerea punctelor P şi Q pe segmentul (VO).

(Daniel Blănaru, elev, Giugiu, problema E:14748 GM 11/2014)