M E H E D I N Ţ I **OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**

ETAPA LOCALĂ-14 FEBRUARIE 2015

Clasa a V-a

SUBIECTUL I

a. Să se rezolve ecuația: $(x + 2x + 3x + \cdots + 403x) : 202 = 2015$

b.Să se determine $n \in \mathbb{N}$ știind că numărul divizorilor naturali ai lui $2^n \cdot 4851$ este 72.

SUBIECTUL II

a.Să se scrie numărul 7^{2015} ca sumă a șapte numere naturale consecutive.

b.Să se determine x, y, z încât: $\overline{xyz} + \overline{yzx} + \overline{zxy} = 2727$

SUBIECTUL III

Arătați că nu există pătrate perfecte de forma $\overline{aaabbb}$ cu $a \neq 0$.

SUBIECTUL IV

Determinați numerele naturale care prin tăierea ultimei cifre se micșorează de exact 11 ori.

Clasa a VI-a

SUBIECTUL I

Să se determine cifrele x, y astfel încât: $\overline{0,(xx1yy)} + \overline{0,(xx2yy)} + \cdots + \overline{0,(xx9yy)} = 5$

SUBIECTUL II

a. **Să se afle $x \in \mathbb{N}$ astfel încât: $x\left(\overline{abcd} + \overline{cdab}\right) = \overline{ab} + \overline{cd}$, știind că: $\overline{ab} \cdot \overline{cd} = 493$.**

b. **Să se afle $x \in \mathbb{N}$ astfel încât: $\overline{1ab} + \overline{ab1} + \overline{b1a} = \overline{1a} + \overline{ab} + \overline{b1} + x(a + b + 1)$.**

SUBIECTUL III

a. **Astăzi este ziua de naștere a unui copil, dar și a bunicului său. Bunicul are atâția ani câte luni are nepotul său, iar suma vârstelor lor este de 78 ani. Câți ani are fiecare?**

b. **Fie numărul natural $N = \overline{abcdab}$. Să se arate că dacă $7\overline{ab} = \overline{cd}$ atunci N se divide cu 1189.**

SUBIECTUL IV

Fie $(OA_3$ bisectoarea unghiului $\sphericalangle A_1OA_2$ cu măsura de $128^{\circ}32'16''$.$(OA_4$ este bisectoarea $\sphericalangle A_1OA_3$, $(OA_5$ este bisectoarea $\sphericalangle A_1OA_4$....$(OA_n$ este bisectoarea $\sphericalangle A_1OA_{n-1}$. Aflați cel mai mic n pentru care $m(\sphericalangle A_1OA_n) < 1''$.

MEHEDINȚI OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ-14 FEBRUARIE 2015

Clasa a VII-a

SUBIECTUL I

Fie $A_1, A_2, \ldots, A_{2015}$ puncte pe o dreaptă având proprietatea că distanța dintre oricare două este strict mai mică decât 1. Să se arate că suma tuturor distanțelor dintre oricare două puncte este strict mai mică decât 1007·1008.

SUBIECTUL II

Fie AA' mediană în triunghiul ABC; $A' \in (BC)$. Fie $M \in (BA')$; $N \in (A'C)$. Paralela prin M la AA' intersectează AB şi AC în S, respectiv T. Paralela prin N la AA' intersectează AC şi AB în S', respectiv T'. Să se arate că: $MS + MT = NS' + NT'$

SUBIECTUL III

Să se rezolve ecuația: $$\frac{x-2014}{2}+\frac{x-2010}{3}+\frac{x-2004}{4}+\cdots+\frac{x-1906}{11}=55$$

SUBIECTUL IV

Fie triunghiul echilateral ABC cu $AB = 12$ cm. Fie punctele M, N, P astfel ca $A \in (CN), C \in (BM)$ și $AB \cap MN = \{P\}$. Calculați AP, știind că $AN = CM = 12$ cm.

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I

Determinați soluțiile naturale ale ecuației: $4\sqrt{x+1}+8\sqrt{y-1}+12\sqrt{z-2}=x+y+z+54$

SUBIECTUL II

a. Să se găsească cel mai mare $n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât: $\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{15}}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2n+\sqrt{4n^2-1}}}<2013\sqrt{2}$

b. Să se demonstreze că: $\frac{1}{2\sqrt{2}+1\sqrt{1}}+\frac{1}{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}+\cdots+\frac{1}{2015\sqrt{2015}+2014\sqrt{2014}}<1-\frac{1}{\sqrt{2015}}$

SUBIECTUL III

O prismă hexagonală regulată are baza de arie S și aria unei secțiuni diagonale S'. Calculați în funcție de S, S' volumul prismei în toate cazurile posibile.

SUBIECTUL IV

Fie $VA_1A_2A_3$ o piramidă triunghiulară regulată. Se ridică într-un punct M al bazei o perpendiculară pe planul bazei care intersectează planele fețelor laterale în B_1, B_2, B_3. Să se demonstreze că suma $MB_1 + MB_2 + MB_3$ este constantă.