INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN PRAHOVA
OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ, 15.02.2015 –

CLASA A V-A

1. Arătați că dacă numărul natural $n=\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}$ este divizibil cu 20 , atunci numărul n are trei cifre identice.

Prof .Gheorghe Achim, Mizil

2. Se consideră numărul $a=26^{2016}+2\cdot 26^{2017}+26^{2018}$.

a. Arătați că numărul a este pătrat perfect și cub perfect.

b. Demonstrați că numărul $b=a:\left(81\cdot 32^{402}\cdot 169^{1004}\right)$ este număr natural.

Prof. Anton Negrilă, Ploieşti

3. a) Demonstrați că $7^3\cdot 5<2^6\cdot 3^3$

b) Comparați numerele $a=7^{6045}\cdot 3^{2014}$ și $b=1729^{2016}$.

Prof. Gabriel Țaga. Ploiești

4. Fie numerele:

$a=4^{2015}-3\cdot 4^{2014}-3\cdot 4^{2013}-...-3\cdot 4^{1002}$ și $b=3^{2349}-2\cdot 3^{2348}-2\cdot 3^{2347}-...-2\cdot 3^{1336}$.

Determinanți $n\in\mathbb{N}$ astfel încât $a\cdot b=n^{668}$.

Prof. Roxana Soare,Ploiești

CLASA A VI-A

1. Aflați numerele naturale n de patru cifre care au proprietatea că acestea dau același rest la împărțirea cu $5, 13$ și 31.

***

2. Arătați că fracția $F=\dfrac{1+7+7^2+...+7^{2015}}{1+99+99^2+...+99^{2015}}$ se simplifică prin 200.

Prof. Ion Lupea , Ploieşti și Ion Tomescu, Mizil

3. Fie numerele naturale nenule $a=6n+11$ și $b=14n+23$, *n* număr natural. Arătați că $[a;b]=a\cdot b$, unde $[a;b]$ este c.m.m.m.c al numerelor *a* și *b.*

Prof. Anton Negrilă, Ploieşti

4. Fie dreptele *AE* și *BD* concurente, $AE\cap BD=\{N\}$.Unghiurile $\measuredangle ANB$ si $\measuredangle DNE$ au măsurile $40x-6^0$, respectiv $11y-3^0$. Știind că $m(\measuredangle AND)=20x$, aflați :

a) $x+y$

b) măsura unghiului format de bisectoarele $\measuredangle ANB$ si $\measuredangle BNE$.

Prof. Ion Bilciurescu , Boldești Scăeni

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN PRAHOVA

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

– ETAPA LOCALĂ, 15.02.2015 –

CLASA A VII-A

1. Se consideră numerele $a_1, a_2, a_3, ..., a_n \in \mathbb{Z}^*$ cu proprietatea că, din oricare patru numere, putem alege două numere cu suma egală cu zero.

a. Dați exemplu de o mulțime de șase numere care verifică proprietatea dată.

b. Determinați valoarea maximă a lui n. Prof. Petre și Cătălin Năchilă, Ploiești

2. Fie numerele naturale nenule x, y cu proprietatea că $\frac{3xy}{13x+1} = y^2 - 2015$.

a. Demonstrați că $0 < \frac{y^2 - 2015}{y} < 1$.

b. Determinați valorile x, y pentru care este verificată relația din enunț.

Prof. Gheorghe Achim, Mizil

3. Fie dreptunghiul $ABCD$.Pe laturile $[BC]$și $[DC]$ construim, în exteriorul

a. $FC \perp BE$. **b.** $RC \perp EF$,unde $\{R\} = EB \cap DF$. Prof. Ion Bilciurescu, Boldești-Scăeni

4. În $\triangle ABC$, M şi N sunt mijloacele laturilor (AC) respectiv (BC), iar $E \in (NC)$ astfel încât $m(\measuredangle BAC) = 2m(\measuredangle NME)$. Dacă $BE = 4 \cdot NE$ atunci $AC = 2 \cdot AB$

Prof. Silvia şi Ionel Brabeceanu

CLASA A VIII-A

1. Determinați $a \in \mathbb{N}$ știind că numărul $\sqrt{a} + \sqrt{a + 2015} \in \mathbb{Q}$.

Prof. Gheorghe Achim, Mizil

2. Demonstrați că pentru orice *x, y* numere reale cu $|x| < 2, |y| < 2$ avem

$$\frac{1}{4 - x^2} + \frac{1}{4 - y^2} \geq \frac{2}{4 - xy}$$

Prof. Petre și Cătălin Năchilă, Ploiești

3. Pe planul trapezului dreptunghic *ABCD*, $AB \parallel CD$, $AC \perp BD$, $DC = a$, $AB = 2a$ se ridică perpendiculara $MD = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Aflați distanța de la punctul *D* la planul *(MBC).*

Prof. Ion Lupea , Ploieşti și Ion Tomescu, Mizil

4. Fie triunghiul *ABC* cu *AB=AC=a* și $m(\measuredangle BAC) = 90^0$. De aceeași parte a planului *(ABC)* se ridică perpendicularele *AD,BE* și *CF* astfel ca $AD = CF = 2a$ și $BE = a$. Punctul *M* este mijlocul segmentului *(CF).*

a) Arătați că dreptele *AE* și *BM* sunt perpendiculare.

b) Aflați măsura unghiului diedru format de planele *(AEF)* și *(DMB).*

Prof. Gheorghe Bumbăcea , Bușteni