OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 15.02.2015
Clasa a V-a

1. Calculaţi :
   a. $3^2 \cdot \{5 - 2^3 \cdot [2004 - 3(2004 : 2^2 + 13^2 - 2 \cdot 2004^0)]\}$
   b. suma primelor 2015 numere naturale
   c. produsul primelor 2015 numere naturale.

Prof. Burlan Adrian

2. Se dau sumele $S = 5 + 15 + 25 + \cdots + 1005$ şi $s = 1 + 3 + 5 + \cdots + 201$.
   Atunci:
   a. Arătaţi că sumele S şi s au acelaşi număr de termeni.
   b. Găsiţi un divizor de trei cifre al diferenţei $S - s$.
   c. Arătaţi că diferenţa $S - s$ este pătrat perfect.

Prof. Statie Ileana

3. Daniela împreună cu tatăl ei şi cu bunica sa au 90 ani. Peste 2 ani tata va avea de 8 ori vârsta fiicei, iar bunica de 2 ori vârsta actuală a tatălui. Ce vârstă are fiecare ?

G.M. 11/2014 Supliment

4. Dacă $a = 10^{59} - 9 \cdot 10^{58}$ şi

   $b = 5^4 \cdot 25^{11} \cdot 125^{10} \cdot (2^{59} + 2^{58} + 2^{57} + 2^{56})$, atunci:

   a. Comparaţi a cu b.
   b. Aflaţi ultimele 114 cifre ale numărului $n = (a + b)^2$.
   c. Arătaţi că restul împărţirii numărului a la b este cub perfect.

Prof. Statie Alexandru

Timp de lucru: 2 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7 puncte.
Toate subiectele sunt obligatorii.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 15.02.2015
CLASA A VI-A

1. **(7p)** Găsiți cifrele nenule *a, b, c*, astfel încât

$$22{,}5 \cdot [\,\overline{a,b(c)} - \overline{a,c} + \overline{b,c(a)} - \overline{b,a} + \overline{c,a(b)} - \overline{c,b}\,] = 1.$$

Nicolae Ivășchescu, Craiova, Gazeta Matematică 2/2014 – Supliment

2. Se consideră numărul natural $A = 1 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{2013} + 3^{2014} + 3^{2015}$.

(3p) a) Arătați că numărul *A* este divizibil cu 52.

(2p) b) Arătați că $A = (3^{2016} - 1): 2$ și că $A > 5^{1209}$.

(2p) c) Aflați restul împărțirii numărului *A* la 121.

Prof. Constantin Popescu, Șc. Gim. „Take Ionescu" Râmnicu Vâlcea

3. Fie *BOA* și *BOC* două unghiuri adiacente complementare, (*OD* bisectoarea unghiului *BOA* și (*OE* bisectoarea unghiului *COD*. Considerăm cazul în care semidreapta (*OE* este interioară unghiului *COB*.

(3p) a) Dacă măsura unghiului *DOA* este de x^0, $x \in \mathbb{N}^*$, $(x < 30^0)$, exprimați măsura unghiului *BOE* în funcție de măsura unghiului *DOA* (în funcție de x^0).

(2p) b) Dacă măsura unghiului *BOE* este de 12^0, aflați măsura unghiului *DOA*.

(2p) c) Determinați măsura unghiului *DOA* știind că $m(\sphericalangle BOE) = \frac{3}{8} \cdot m(\sphericalangle DOA)$.

Prof. Gheorghe Radu, C.N.I. „Matei Basarab", Râmnicu Vâlcea
Prof. Cristina Pîrvuță, Șc. Gim. Nr.10, Râmnicu Vâlcea

4. Se consideră triunghiul *ABC* oarecare cu *AB* < *AC*. Pe semidreapta (*AB* se consideră punctul *D* astfel încât $(AD) \equiv (AC)$, iar pe segmentul (*AC*) se consideră punctul *E* astfel încât $(AE) \equiv (AB)$. Se notează cu *M* mijlocul segmentului (*BC*), cu *N* mijlocul segmentului (*DE*) și cu *O* intersecția dreptelor *BC* și *DE*.

(4p) a) Demonstrați că triunghiul *AMN* este isoscel.

(3p) b) Arătați că (*AO* este bisectoarea unghiului *MAN*.

Prof. Tiberiu Pigui, Liceul „Antim Ivireanu", Râmnicu Vâlcea

Timp de lucru: 2 ore.
Fiecare subiect este punctat de la 0 la 7 puncte.
Toate subiectele sunt obligatorii.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 15.02.2015
CLASA A VII-A

SUBIECTUL 1

Fie numerele: $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \ldots \cdot \frac{2013}{2014}$ și $B = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \ldots \cdot \frac{2014}{2015}$.

a) Să se calculeze $A \cdot B$

b) Să se arate că a patra zecimală a numărului A^2 este cel mult 4.

Prof. Badea Cătălin, Rm. Vâlcea

SUBIECTUL 2

Se consideră o mulțime $A \subseteq Z$ care are proprietățile:

(1) $0 \in A$ și

(2) dacă $2a - 3b \in A$, atunci $a \in A$ și $b \in A$.

Arătați că $A = Z$.

G.M. nr. 12 / 2014 (Adriana Dragomir, Oțelul Roșu)

SUBIECTUL 3

Se dă pătratul ABCD de latură 6 cm. Punctele M, N$\in$ (DC) astfel încât $[DM] \equiv [MN] \equiv [NC]$, P$\in$(AD) și Q $\in$ (BC) astfel încât PD = BQ = $\frac{1}{3}$ AB și NQ $\cap$ PM = $\{E\}$.

a) Aflați aria patrulaterului MNQP;

b) Aflați valoarea raportului $\frac{EN}{NQ}$;

c) Calculați distanța de la punctul E la dreapta AB.

Prof. Mazilu Marin, Rm. Vâlcea

SUBIECTUL 4

Se consideră paralelogramul ABCD cu AB = a, BC = b şi m($\angle$BAD) = 75^0. Fie punctul P$\in$ (CD) astfel încât m($\angle$PAB) = 30^0 și semidreapta [PB este bisectoarea unghiului APC.

a) Calculaţi perimetrul patrulaterului ABCP;

b) Calculaţi aria patrulaterului ABCP.

Prof. Radu Gheorghe, Rm. Vâlcea

Timp de lucru: 3 ore.
Fiecare subiect este punctat de la 0 la 7 puncte.
Toate subiectele sunt obligatorii.

INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI VÂLCEA

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 15.02.2015
CLASA A VIII-A

SUBIECTUL I

a) Determinați numerele întregi x, y, z care îndeplinesc simultan condițiile:

i) $x \cdot y \cdot z = -500$;

ii) $x(3y - z) + y(3z - x) + z(3x - y) - (x + y - z)^2 = 7z^2$.

Gheorghe Radu, Rm. Vâlcea

b) Numerele reale nenule a și b verifică egalitatea $a^2 \cdot b^{-2} - 3 \cdot a^{-2} \cdot b^2 = 2$. Să se arate că a și b nu pot fi simultan numere raționale.

Maranda Linț și Dorin Linț, Deva, G.M.

SUBIECTUL II

Se consideră expresia $E(x) = (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) + 1, x \in \boldsymbol{R}$.

a) Demonstrați că $\sqrt{E(x)} \in \boldsymbol{N}$, pentru orice $x \in \boldsymbol{N}$;

b) Arătați că $\sqrt{\sqrt{E(x^2)}} \in \boldsymbol{R} \setminus \boldsymbol{Q}$, pentru orice $x \in \boldsymbol{Z}$.

Constantin Bărăscu, Rm. Vâlcea

SUBIECTUL III

În triunghiul ABC avem $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$, $tg(\sphericalangle B) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ și $BC = 5\sqrt{6}$ cm.

a) Calculați aria triunghiului ABC;

b) Dacă $MA \perp (ABC)$ și $MA = 4\sqrt{6}$ cm, aflați distanța de la M la CD, unde $[CD]$ este mediană în ΔABC;

c) Dacă $AN \perp CD, N \in [CD]$ și $AN \cap BC = \{O\}$, demonstrați că $[BO] \equiv [OC]$.

Leon Genoiu, Rm. Vâlcea

SUBIECTUL IV

În cubul $ABCDA'B'C'D'$ având muchia de lungime a se consideră punctele $M \in (BC)$ și $N \in (DD')$. Fie $\{P\} = AC \cap DM$ și $\{Q\} = NC \cap DC'$.

a) Dacă M și N sunt mijloacele muchiilor (BC), respectiv (DD'), calculați lungimea lui [MN].

b) Demonstrați că $PQ \parallel (ABC') \Leftrightarrow BM = ND'$.

Constantin Bărăscu, Rm. Vâlcea

Timp de lucru: 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7 puncte.
Toate subiectele sunt obligatorii.