" Micii matematicieni"
ediţia a IV- a

21 martie 2009 *concurs pentru elevii claselor a III a – a VIII a*

Clasa a VIII a

Subiectul I (20 puncte) :

1. Determinați $a \in Z$ astfel încât $(-\infty, 2009) \cap (2a-3, +\infty)$ să conțină un singur număr întreg.
2. Fie fracția algebrică $F(x) = \dfrac{x^2 - 222x - 223}{9x - 2007}$.
   a) Simplificați fracția.
   b) Arătați că $2007 - 2005 + 2003 - 2001 + ... + 5 - 3 = 9 \cdot F(2006)$

Subiectul II (20 puncte) :

Pe planul pătratului ABCD cu latura de 2 cm, se duce perpendiculara în A pe care se ia punctul E astfel încât $AE = 2\sqrt{2}$. Notăm cu O intersecția diagonalelor AC și BD și $OS \perp EC, S \in (EC)$. Demonstrați că OS este distanța dintre dreptele EC și BD și apoi aflați lungimea segmentului OS.

Subiectul III (20 puncte) :

a) Prin scrierea $a\dfrac{b}{c}$ înțelegem numărul $\dfrac{a \cdot c + b}{c}$ având $b \le c, c \in \mathbb{R}^*$. Considerăm numerele reale pozitive a și b. Știind că rădăcina pătrată a numerelor reale $1\dfrac{a}{b^2}$ și $1\dfrac{b}{a^2}$ este numărul $1\dfrac{1}{2 \cdot a \cdot b}$, să se arate că $a \cdot b < \dfrac{1}{8}$.

b) Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ care îndeplinește condiția $f(x) = 2(x+1)f(1) - 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Determinați funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, g(x) = ax + b$ știind că graficele funcțiilor f și g se intersectează pe axa Oy iar aria triunghiului determinat de graficele celor două funcții și axa Ox este egală cu $\dfrac{3}{4}$

- Toate subiectele sunt **obligatorii** .
- Durata probei este de **120 minute** din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi..
- Elevul are dreptul să rezolve subiectele în orice ordine dorește.