Concursul Naţional de Matematică şi Informatică
"Grigore Moisil"
Ediţia XXIV, Satu-Mare, 3-5 aprilie 2009

Clasa a VIII-a

P 1 *a)Fie $x, y, z \in \mathbb{R}$ astfel încât $xy + yz + zx = 1$.*
Demonstraţi că

$$\frac{x}{x^2+1} + \frac{y}{y^2+1} + \frac{z}{z^2+1} = \frac{2}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

b)Folosind eventual rezultatul de la a), demonstraţi că dacă a, b, c sunt numere reale pozitive astfel încât $a + b + c = abc$, atunci

$$\frac{a}{a^2+1} + \frac{b}{b^2+1} + \frac{c}{c^2+1} \leq \frac{abc}{4}$$

Maria Miheţ

P 2 *a)Determinaţi toate funcţiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ pentru care*

$$3f(x) \cdot f(y) - 5f(x) + 7f(y) + 4 = xy, \text{ oricare ar fi } x, y \in \mathbb{R}$$

Vasile Berinde

b)Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \begin{cases} x-4, & x < 2m \\ 3x-2, & x \geq 2m \end{cases}, m \in \mathbb{R}$.
Să se afle valorile lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care

$$f(2m-1) + f\left(m^2+m+1\right) + f(2m+2) = mf(2m-2)$$

Vasile Şerdean şi Cristian Pop

P 3 *Fie trei semidrepte $(OA, (OB, (OC$ necoplanare, astfel încât*

$$m\left(\widehat{AOB}\right) = m\left(\widehat{BOC}\right) = m\left(\widehat{COA}\right) = 60^\circ.$$

Ştiind că $AO = 6cm$, calculaţi lungimea segmentului (AO') , unde O' este proiecţia punctului A pe planul (OBC)

Magda Vişovan,Supliment G.M. ianuarie 2009

P 4 *Fie $ABCDA'B'C'D'$ un cub. Cubul este pătat cu Cola pe mai puţin de jumătate din suprafaţa lui totală. Arătaţi că există două puncte pe suprafa cubului coliniare cu centrul cubului, care nu sunt pătate cu Cola.*

Concurs "Recreaţii matematice"