COLEGIUL NAȚIONAL IAȘI

Concursul Național „Al. Myller”
Ediția a VI - a
Iași, 2008

SUBIECTE

CLASA a VII-a

Subiectul 1.
Numerele reale distincte x, y, z au proprietatea că

$$x^3 - x = y^3 - y = z^3 - z.$$

Să se arate că $x + y + z = 0$.

Subiectul 2.

a) Să se arate că, dintre cinci numere naturale oarecare, se pot alege trei numere cu suma divizibilă cu 3.

b) Să se arate că, dintre 17 numere naturale oarecare, se pot alege nouă numere cu suma divizibilă cu 9.

Subiectul 3.
Fie AD înălțimea triunghiului ascuțitunghic ABC. Considerăm mulțimea M a punctelor $X \in (AD)$ cu proprietatea că $\angle ABX = \angle ACX$.

a) Să se arate că mulțimea M este nevidă.

b) Dacă M conține cel puțin două elemente, să se demonstreze că mulțimea M conține o infinitate de elemente.

Cristian Lazăr

Subiectul 4.
Fie segmentul AB şi semidreapta $(Ox$, unde $O \in (AB)$ şi $A, B \notin (Ox$. Perpendicularele în A şi B pe dreapta AB intersectează bisectoarele $(Oy$ şi $(Oz$ ale unghiurilor $\angle AOx$ şi $\angle BOx$ în punctele M, respectiv N. Perpendiculara din A pe $(Oy$ intersectează perpendiculara din B pe $(Oz$ în punctul P. Să se arate că punctele M, N, P sunt coliniare.

Mircea Fianu

Concursul Național „Al. Myller”
Ediția a VI - a
Iași, 2008

SUBIECTE

CLASA a VIII-a

Subiectul 1.
Considerăm cubul $ABCDA'B'C'D'$ şi M, N, P mijloacele muchiilor AB, AD, respectiv AA'. Să se determine măsura unghiului dintre dreapta $A'C'$ şi dreapta de intersecție a planelor (MNP) şi (BCC').

Subiectul 2.
Fie a, b numere întregi distincte cu proprietatea că există n număr real astfel încât $a^3 - a = b^3 - b = n$. Să se arate că $n = 0$.

Subiectul 3.
Se dau şase puncte în plan, oricare trei necoliniare. Considerăm zece segmente, fiecare având capetele în câte două dintre aceste puncte. Să se arate că există cel puțin un triunghi având ca laturi trei dintre cele zece de segmente.

Subiectul 4.
Fie $SABC$ un tetraedru regulat. Punctele A_1, B_1, C_1 aparțin muchiilor (SA), (SB), (SC), respectiv, astfel încât $A_1B_1 = B_1C_1 = C_1A_1$. Să se arate că planele $(A_1B_1C_1)$ şi (ABC) sunt paralele.