

Model Test Evaluare Națională 2011

Toate subiectele sunt obligatorii Se acorda 10 puncte din oficiu
Timpul efectiv de lucru este de 2 ore

SUBIECTUL I Pe foaia de examen scrieti numai rezultatele (30 puncte)

- 5p 1 Rezultatul calculului $16 - 5^2$ este egal cu.....
- 5p 2 Fie multimile $A = \{0, 5, 8\}$, $B = \{7, 8, 4, a\}$ si $A \cap B = \{8, 5\}$ Valoarea numarului a este egala cu.....
- 5p 3 Produsul solutiilor reale ale ecuatiei $5x^2 - 7x$ este numarul.....
- 5p 4 Diagonala unui patrat este de $7\sqrt{8}$ cm Lungimea laturii patratului este egala cu.....
- 5p 5. Se consideră prisma triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ din figura 1, în care $A'B = 13$ cm, $AA' = 12$ cm Perimetrul triunghiului ABC este egal cu.....

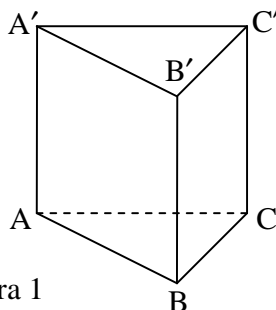
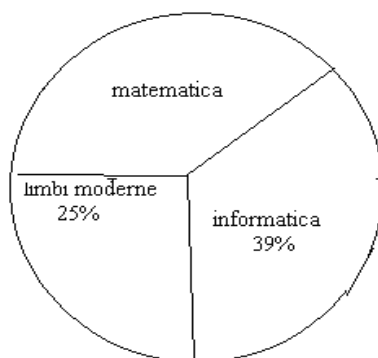


Figura 1

- 5p 6 In diagrama de mai jos esre prezentata situatia celor 450 de manuale noi primite de o scoala la inceputul anului scolar .Numarul manualelor de matematica este



SUBIECTUL al II lea Pe foaia de examen scrieti rezolvarile complete (30 puncte)

- 5p 1 Desenati o prisma patrulatera regulata si notati-o cu $ABCD A'B'C'D'$
- 5p 2 Salariul unui tehnoredactor de carte se calculeaza in functie de paginile scrise la calculator astfel: pentru primele 300 de pagini cate 5 lei/pagina , iar pentru ceea ce depaseste 300 pagini cate 7 lei/pagina. Aflati salariul tehnoredactorului stiind ca intr-o luna a scris la calculator 450 de pagini

5p 3 Un grup de copii a primit portocale. Doi copii au primit fiecare cate 4 portocale, iar ceilalti copii au primit fiecare cate 6 portocale. Daca fiecare copil din grup ar fi primit cate 5 portocale ar fi ramas 13 portocale. Cate portocale au primit in total copiii?

4 Fie functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{2} \cdot x - a + 1$, $a \in \mathbb{R}$

5p a) Aratati ca punctul $M(\sqrt{2}, 3-a)$ se afla pe graficul functiei f

5p b) Aflati numarul real a , astfel incat distanta dintre punctele de intersectie ale graficului functiei f cu axele de coordonate sa fie egala cu 3;

5p 5. Sa se arate ca daca $a \in (5;7)$, atunci $\sqrt{a^2 - 10a + 25} + \sqrt{a^2 - 14a + 49} \in \mathbb{N}$.

SUBIECTUL al III lea Pe foaia de examen scrieti rezolvarile complete (30 puncte)

1. Andra cumpara un cornet de inghetata care are forma unei piramide triunghiulare regulate cu latura bazei de 12 cm si muchia laterala de $12\sqrt{3}$ cm. Ea aseaza cornetul pe o farfurie, cu varful in sus, astfel ca inghetata se topeste pana la o treime din inaltime fata de baza, pastrandu-si forma de piramida triunghiulara regulata

5p a) Aflati inaltimea cornetului

5p b) Aflati volumul inghetatei ramase dupa topire

5p c) Aratati ca inghetata topita incapa intr-o cupa de forma cubica cu muchia de 6,5 cm (se aproximeaza $\sqrt{2} = 1,41$)

2. Un elev vrea sa decupeze dintr-o foaie de hartie de forma patratica ABCD suprafata cuprinsa intre doua cercuri concenrice (partea hasurata) de centru O ca in figura 2. Lungimea cercului mare este de 8π cm, iar a cercului mic 3π cm.

5p a) Calculati aria foii de hartie

5p b) Verificati daca suprafata de hartie care se iroseste pentru decuparea suprafetei hasurate este mai mica decat suprafata decupata (se aproximeaza $\pi = 3,14$)

5p c) Aflati aria triunghiului MNP unde M este mijlocul laturii DC, iar latura NP este tangenta cercului mic.

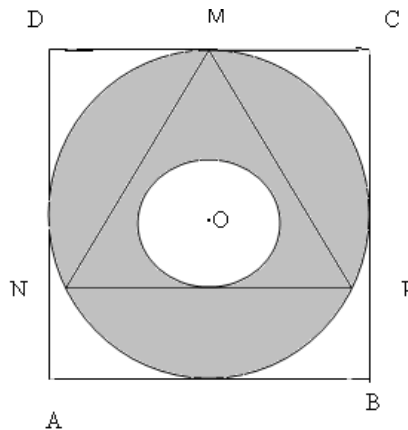


Figura 2

Solutii

I 1 -9

2. 5

3. 0

4. 14

5. 15

6. 162

II $300 \cdot 5 + 150 \cdot 7 = 2550$ lei

3. Fie x nr de copii

$$2 \cdot 4 + (x-2)6 = 5x + 13 \text{ de unde } x = 17$$

$$5 \cdot 17 + 13 = 98 \text{ portocale}$$

4.a) $M(\sqrt{2}, 3-a) \in G_f$ daca $f(\sqrt{2}) = 3-a$. Dar $f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} \sqrt{2} - a + 1 = 3-a$

b) Intersectiile cu axele sunt punctele $A\left(\frac{a-1}{\sqrt{2}}, 0\right)$ si $B(0, -a+1)$

Aplicand Pitagora in triunghiul AOB avem $AB^2 = \left(\frac{a-1}{\sqrt{2}}\right)^2 + (1-a)^2 = \frac{3(a-1)^2}{2}$

$$AB^2 = 9 \text{ de unde } (a-1)^2 = 6 \Leftrightarrow |a-1| = \sqrt{6} \text{ cu } a = 1 + \sqrt{6} \text{ sau } a = 1 - \sqrt{6}$$

$$5. \sqrt{a^2 - 10a + 25} + \sqrt{a^2 - 14a + 49} = |a-5| + |a-7| = a-5+7-a = 2 \in \mathbb{N}$$

III 1. a) In triunghiul VOA $VA = 12\sqrt{3}$, $OA = R = \frac{l\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$ Din teorema Pitagora

$$VO^2 = (12\sqrt{3})^2 - (4\sqrt{3})^2 = 384 \text{ de unde } VO = 8\sqrt{6}$$

$$b) \text{Aria bazei} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = \frac{144\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}$$

$$\text{Volumul inghetatei ramase este } 36\sqrt{3} \cdot \frac{8\sqrt{6}}{3} : 3 = 96\sqrt{2}.$$

$$c) \text{Volumul inghetatei este } 36\sqrt{3} \cdot 8\sqrt{6} : 3 = 288\sqrt{2}.$$

$$\text{Volumul inghetatei topite este } 288\sqrt{2} - 96\sqrt{2} = 192\sqrt{2} = 192 \cdot 1,41 = 270,72 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volumul cubului este } 6,5^3 \text{ cm}^3 = 274,625 \text{ cm}^3 > 270,72 \text{ cm}^3$$

2. a) Lungimea cercului mare $= 2\pi R = 8\pi$ de unde $R = 4$ si latura patratului este 8

$$\text{Aria patratului este } l^2 = 64 \text{ cm}^2$$

$$b) \text{Suprafata decupata} = \text{aria discului mare} - \text{aria discului mic} = 16\pi - \frac{9}{4}\pi = \frac{55}{4}\pi$$

$$\text{Suprafata irosita} = \text{aria patrat} - \text{aria decupata} = 64 - \frac{55}{4}\pi$$

$$64 - \frac{55}{4}\pi < \frac{55}{4}\pi \Leftrightarrow 64 < \frac{110}{4}\pi \Leftrightarrow 256 < 110\pi \text{ care este adevarata}$$

c) Fie E punctul de tangenta al laturii NP cu cercul mic \Rightarrow OE perpendiculara pe NP si
 $OE = \frac{3}{2}$ In triunghiul NOE $NE^2 = ON^2 - OE^2 = 4^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 16 - \frac{9}{4} = \frac{55}{4}$ de unde $NE = \frac{\sqrt{55}}{2}$ si
 atunci $NP = \sqrt{55}$ Inaltimra tiunghiului MNP este egala cu $4 + \frac{3}{2} = \frac{11}{2}$

$$\text{Aria tiunghiului MNP} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{\sqrt{55} \cdot \frac{11}{2}}{2} = \frac{11\sqrt{55}}{4}$$

Prof. Cristian Grecu