CLASA A IV-A
SUBIECTE

SUBIECTUL 1.

1. $(8\,p)$ Stabiliţi dacă este adevărată afirmaţia: "*Însumând produsul numerelor* 11 *și* 111 *cu câtul împărţirii* $111:3$ *se obţine un număr mai mic decât* 2016 *cu dublul numărului* 379.". Scrieţi exerciţiul corespunzător afirmaţiei şi justificaţi prin rezolvarea exerciţiului.

2. $(12\,p)$ Determinaţi numerele impare consecutive m, a, b şi c, în această ordine, din egalitatea următoare: $3246-\left\{\overline{aa}:a+\left[\left(m+\overline{bbb}:b\right)-777:7\right]\cdot 7+333-55:5\right\}\cdot 3=2016$.

SUBIECTUL 2.

1. $(8\,p)$ Într-o clasă sunt 32 elevi cu vârstele de 11 ani sau de 12 ani. Dintre ei, 12 au 11 ani, 12 sunt băieţi şi 11 fete au 12 ani. Aflaţi câte fete au 11 ani și câţi băieţi au 12 ani.

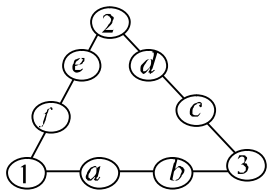
2. $(6\,p)$ Însumând trei numere obţinem anul în care suntem. Ştiind că al treilea număr este diferenţa dintre primul număr şi al doilea mărit cu 7, iar primul număr este împătritul celui de-al doilea mărit cu 15, aflați numerele.

3. $(6\,p)$ Câţi copii are o familie, ştiind că un băiat are tot atâtea surori cât şi fraţi, iar fiecare soră are fraţi de două ori mai mulţi decât surori.

SUBIECTUL 3.

1. $(2\,p)$ Scrieţi cu cifre numărul, compus din unsprezece *mii*, unsprezece *sute* şi unsprezece unităţi.

2. În figura alăturată, în locul literelor trebuie puse *cifrele nenule*, fiecare o singură dată, iar cifrele 1, 2 şi 3 sunt deja fixate. Ştiind că suma celor patru numere de pe fiecare latură este aceeaşi, efectuaţi:



a) $(3p)$ calculul sumei $a+b+c+d+e+f$, fără a aşeza în figură nicio altă cifră nenulă, dintre cele şase care lipsesc;

b) $(9p)$ sumele $a+b$, $c+d$ şi $e+f$;

c) $(6p)$ înlocuirea literelor cu cifrele corespunzătoare enunţului, astfel încât $a<b$, $c<d$ şi $e<f$.

NOTĂ:
- *Fiecare subiect se punctează de la 0-20 puncte. Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Durata probei este de 120 minute din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.*
- *Elevul are dreptul să rezolve subiectele în orice ordine dorește.*

CLASA A V-A
SUBIECTE

SUBIECTUL 1.

1. (14p) Fie numărul $N = \overline{aaabbb}$.

a) Arătați că N se divide cu $\overline{a00b}$.

b) Dacă $a = b$, arătați că N se divide cu 7, 11 și 13.

2. (6p) Aflați a 2015-a zecimală a numărului $\frac{2}{7}$.

SUBIECTUL 2.

1. (10p) Determinați toate numerele naturale de forma $\overline{abc}$ care împărțite la $\overline{bc}$ dau câtul 4 și restul $\overline{bc} - 8$.

2. (10p) Se dau numerele $x = 7^{2015} + 7$ și $y = 9^{2015} + 1$. Arătați că x și y au cel puțin trei divizori comuni, diferiți de 1.

SUBIECTUL 3.

1. (10p) Determinați valorile naturale ale lui n pentru care $3^{n+6} + 3^{n-5} + 3^{n+1} + 2 \cdot 3^{n-3} + 4 \cdot 3^n = \overline{xxxx}$.

2. (10p) Determinați numărul natural x pentru care fracția $\dfrac{2^{2^x+1} + 2^{2^x} + 2^{257}}{2^{258} + 2^{256}}$ este echiunitară.

NOTĂ:

- *Fiecare subiect se punctează de la 0-20 puncte. Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Durata probei este de 120 minute din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.*
- *Elevul are dreptul să rezolve subiectele în orice ordine dorește.*

CLASA A VI-A
SUBIECTE

SUBIECTUL 1.

1. (10p) Biletul de intrare la un film costă 6 lei. Din lipsă de spectator, preţul biletului a fost redus şi numărul spectatorilor a crescut cu 50%, încasările mărindu-se în acest fel cu 25%. Cu ce procent s-a redus preţul biletului ?
2. (5p) Determinaţi numerele prime x pentru care fracţia $\dfrac{2^{2^x-1}+2^{2^x}+2^{257}}{2^{258}+2^{256}}$ este subunitară.
3. (5p) Fie A cel mai mare număr natural format din cifre nenule a căror sumă este 2015. Aflaţi restul împărţirii numărului A la numărul 101.

SUBIECTUL 2.

1. $(8\,p)$ Profesorul de matematică a desenat pe caietul lui Darius segmentul $[AB]$ şi îi cere acestuia să-l măsoare. Uitând trusa geometrică acasă, Darius cel isteţ începe să-şi fabrice o riglă gradată astfel: taie o panglică de hârtie atât de lungă cât segmentul $[AB]$, apoi împătureşte panglica în două, apoi panglica obţinută o împătureşte iar în două şi repetă operaţia de cinci ori. Alegând ca unitate de măsură segmentul dintre două *cute* alăturate, Darius măsoară segmentul. Înainte de a-l comunica profesorului, el "împrumută" rigla gradată în centimetri de la colegul său, Emilian şi îl mai măsoară o dată. Constată cu uimire că a obţinut acelaşi rezultat. Care este lungimea segmentului desenat $[AB]$? Justificaţi răspunsul.
2. (12p) Se consideră şapte puncte distincte şi coliniare în această ordine: A, B, C, D, E, F, H, astfel încât D să fie mijlocul segmentului $[AH]$, iar $BC^2 = AB\cdot CD$, $CD^2 = BC\cdot DE$, $DE^2 = CD\cdot EF$ şi $EF^2 = DE\cdot FH$. Demonstraţi că segmentele $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DE]$, $[EF]$ şi $[FH]$ sunt congruente.

SUBIECTUL 3.

1. Se consideră unghiul $\sphericalangle AOB$ cu măsura de 126^0 și semidreptele $(OM_1$, $(OM_2$, ..., $(OM_{n-1}$ interioare lui, astfel încât interioarele unghiurilor $\sphericalangle AOM_1$, $\sphericalangle M_1OM_2$, ..., $\sphericalangle M_{n-1}OB$ să fie disjuncte două câte două, iar $m(\sphericalangle AOM_1) = 2^0$, $m(\sphericalangle M_1OM_2) = \left(2^2\right)^0$, ..., $m(\sphericalangle M_{n-1}OB) = \left(2^n\right)^0$.
   - **a)** (5p) Arătaţi că $n = 6$.
   - **b)** (5p) Dacă $(OM$ este bisectoarea $\sphericalangle AOM_4$, determinaţi măsura complementului unghilui $\sphericalangle AOM$.
2. (10p) Determinaţi toate dreptunghiurile cu lungimile exprimate în numere naturale, pentru care aria şi perimetrul se exprimă prin acelaşi număr.

NOTĂ:
- *Fiecare subiect se punctează de la 0-20 puncte. Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Durata probei este de 120 minute din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.*
- *Elevul are dreptul să rezolve subiectele în orice ordine dorește.*

CLASA A VII-A
SUBIECTE

SUBIECTUL 1.

1. Numerele reale a, b și c verifică relațiile: $\frac{2}{a+b}=\frac{3}{a+c}=\frac{13}{b+c}$.

a) $(5\,p)$ Demonstrați că dacă $a\cdot b\cdot c>0$, atunci $a+b+c<0$.

b) $(5\,p)$ Dacă în plus avem că $a\cdot b+a\cdot c+b\cdot c=-1000$, calculați $\left(|a+b+c|-90\right)^{2015}$.

2. Se consideră numărul real $a=2015-\frac{1+2+3+...+2013}{\sqrt{1+3+5+...+2013}}$.

a) $(5\,p)$ Demonstrați că $a\in\mathbb{N}$.

b) $(5\,p)$ Aflați restul împărțirii numărului $S=a^0+a^1+a^2+...+a^{2015}$ la numărul 31.

SUBIECTUL 2.

1. $(10\,p)$ Demonstrați că ecuația $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{1007}}+\frac{1}{\sqrt{2014-x}+\sqrt{1007}}=\frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{2014-x}}$ are 2015 soluții în mulțimea numerelor întregi.

2. **a)** $(5\,p)$ Demonstrați că media geometrică a două numere reale pozitive este mai mică decât media aritmetică a acestora.

b) $(5\,p)$ Arătați că $\frac{\sqrt{30}}{11}+\frac{\sqrt{56}}{15}+\frac{\sqrt{72}}{17}+\frac{\sqrt{90}}{19}+\frac{\sqrt{110}}{21}+\frac{\sqrt{132}}{23}<3$.

SUBIECTUL 3.

1. Se consideră triunghiul ABC cu $m(\measuredangle A)=50^\circ, m(\measuredangle C)=60^\circ$. Se construiește punctul $D\in BC$ astfel încât $\measuredangle CAD\equiv\measuredangle BCA$. Pe prelungirea lui AD se ia un punct E astfel încât $EB=BD$ și $F\in(AD)$ astfel încât $BF=BD$.

a) $(5\,p)$ Arătați că $BE\perp AC$.

b) $(5\,p)$ Arătați că A,F,B,C sunt vârfurile unui trapez isoscel.

2. În trapezul $ABCD$ de baze AD, BC avem $BC=2AD$, punctul M mijlocul lui BC și N mijlocul lui AD. Notăm $\{P\}=AM\cap BN$ și $\{Q\}=NC\cap MD$. Arătați că:

a) $(5\,p)$ $PQ\parallel BC$

b) $(5\,p)$ $PQ=\frac{2}{3}AD$.

NOTĂ:
- *Fiecare subiect se punctează de la 0-20 puncte. Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Durata probei este de 120 minute din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.*
- *Elevul are dreptul să rezolve subiectele în orice ordine dorește.*

CLASA A VIII-A
ENUNȚURI

SUBIECTUL 1.

1. Se consideră numerele reale a și b, astfel încât $|a|>|b|$. Demonstrați

a) (5p) egalitatea: $\dfrac{2a+b}{a-b}+\dfrac{2a-b}{a+b}=4+\dfrac{6b^2}{a^2-b^2}$.

b) (5p) inegalitatea: $\dfrac{2a-b}{a+b}+\dfrac{(a+b)(a-b)}{b^2}\cdot\dfrac{1}{6}+\dfrac{2a+b}{a-b}\geq 6$

2. Se consideră numerele reale x și y cu proprietățile: $x\cdot y=x+y$ și $x>2015$. Demonstrați că:

a) (5p) este adevărată egalitatea: $(x-1)\cdot(y-1)=1$;

b) (5p) partea fracționară a numărului y este mai mică decât $\dfrac{1}{2014}$.

SUBIECTUL 2.

1) Fie expresia $E(x)=\left(\dfrac{2x}{x^2-2x}-\dfrac{4x+12}{(x+3)(x+2)(x-2)}+\dfrac{x^2}{x^2+2x}\right)\cdot\left(x-\dfrac{4}{x}\right)$.

a) (5p) Să se afle valorile lui x pentru care expresia este bine definită.
b) (5p) Aduceți expresia la forma cea mai simplă.
c) (5p) Calculați $E(1)+E(3)+...+E(2015)$.

2) (5p) Arătați că numărul $x=\sqrt{7-2\sqrt{3}-2\sqrt{2}\cdot\sqrt{4-2\sqrt{3}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}}}$ este natural.

SUBIECTUL 3.

1) Fie paralelogramul $ABCD$ cu $m(\sphericalangle A)=60^0$. Pe perpendiculara în C pe planul (ABC) se ia punctul P.

a) (5p) Demonstrați că $(PBC)\perp(PBD)$ dacă și numai dacă $AB=2\cdot BC$.

b) (5p) Dacă AB = 2a, BC = a și $PC=a\sqrt{3}$, aflați $d(A,(PBD))$.

2) Se consideră cubul $ABCDA'B'C'D'$ de muchie a și tetraedrul $DA'BC'$.

a) (7p) Arătați că $\dfrac{V_{cub}}{V_{DA'BC'}}=3$.

b) (3p) Dacă $V_{DA'BC'}=576\ cm^3$, aflați a și apoi aria totală a cubului.

NOTĂ:
- *Fiecare subiect se punctează de la 0-20 puncte. Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Durata probei este de 120 minute din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.*
- *Elevul are dreptul să rezolve subiectele în orice ordine dorește.*

CLASA A IV-A
BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

SUBIECTUL 1 – 20 puncte

1. *8 puncte*
Aflarea produsului (1221) …………………………………………………………………..*2p*
Aflarea câtului (37) ……………………………………………………………………**2p**
Aflarea sumei (1258) …………………………………………………………….……**1p**
Aflarea dublului (758) …………………………………………………………………**2p**
Găsirea valorii de adevăr ……………………………………………………………....**1p**

2. *12 puncte.*
Aflarea numărului $m = 11$. ………………………………………………. 12 situații x 0,75p =**9p**
Aflarea numerelor $a = 9, b = 7, c = 5$ consecutive descrescător ……………..3 situații x 1p = **3p**

SUBIECTUL 2 – 20 puncte

1. *7 puncte*
Aflarea numărului total de fete (20) ……………………………………………......…… **2p**
Aflarea numărului fetelor de 11 ani (9)……………………………………………........…**2p**
Aflarea numărului copiilor de 12 ani (20) ………………………………………......……**2p**
Aflarea numărului băieţilor de 12 ani (9) ……………………………………………........…**1p**

2. *7 puncte*
Reprezentarea grafică a problemei ……………………………………………......…**4p**
Aflarea numerelor : $a = 1011, b = 249, c = 755$ ………………………………………........…**3p**
Rezolvarea algebrică corectă a problemei va primi punctajul corespunzător

3. *6 puncte*
Aflarea numărului de băieţi (4) ……………………………………………......………**2p**
Aflarea numărului de fete (3) ……………………………………………………......…**2p**
Aflarea numărului de copii (7) ……………………………………………………......…..**2p**

SUBIECTUL 3 – 20 puncte

1. $11000 + 1100 + 11 = 12111$ ……………………………………………......…..............**2p**

2. *18 puncte*
a) Calculul sumei $a + b + c + d + e + f = 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 39$ ……….........………....……**3p**
b) Pe laturi avem: $1 + a + b + 3 = 3 + c + d + 2 = 2 + e + f + 1 = S : 3$,
unde $S = 1 + a + b + 3 + 3 + c + d + 2 + 2 + e + f + 1 = 12 + 39 = 51$ ………………....... **6p**
Aflarea sumelor $a + b = 13, c + d = 12, e + f = 14$ …………………………………….... **3p**
c) $a = 6, b = 7, c = 4, d = 8, e = 5, f = 9$ sau $a = 4, b = 9, c = 5, d = 7, e = 6, f = 8$ **6p**

CLASA A V-A

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

SUBIECTUL 1.

1. a) $N=\overline{aaa}\cdot 100+\overline{bbb}$ ……………………………………………………………….3p

$N=111\cdot(1000a+b)$ ……………………………………………………………………2p

$N=111\cdot\overline{a00b}\vdots\overline{a00b}$ ……………………………………………………………………2p

b) Dacă $a=b\Rightarrow N=\overline{aaaaaa}=111111a$ ……………………………………………………..3p

$111\cdot 111=3\cdot 7\cdot 11\cdot 13\cdot 37$ ……………………………………………………………………3p

Finalizare ……………………………………………………………………………......1p

2. $2:7=0,(285714)$ ……………………………………………………………………2p

$2015:6=335$ rest 5……………………………………………………………………..2p

a 2015-a zecimală a numărului este 1 ……………………………………………2p

SUBIECTUL 2.

1. . $\overline{abc}=4\overline{bc}+\overline{bc}-8$ ……………………………………………………………………3p

$100\cdot a=4\cdot bc-8$ ……………………………………………………………………..3p

$25\cdot a=\overline{bc}-2$ ……………………………………………………………………2p

$a\le 3\Rightarrow a\in\{1,2,3\}$ ……………………………………………………………………..1p

Numerele sunt: 127, 252 și 377 ……………………………………………………..1p

2. . $U\left(7^{2015}\right)=U\left(7^{4\cdot 503+3}\right)=U\left(7^3\right)=3$ ……………………………………………………..2p

$U\left(7^{2015}+7\right)=0$ ……………………………………………………………………2p

$U\left(9^{2015}\right)=U\left(9^{2\cdot 1007+1}\right)=U\left(9^1\right)=9$ ……………………………………………………...2p

$U\left(9^{2015}+1\right)=0$ ……………………………………………………………………2p

x și y au cifra unităților egală cu 0 $\Rightarrow$ numerele se divid cu 2, 5 și 10 ……………………. …2p

SUBIECTUL 3.

1. $3^n\left(3^6+3^5+3^4+2\cdot 3^3+4\right)=1111\cdot x$ ……………………………………………………….3p

$3^n\cdot 1111=1111\cdot x\Rightarrow 3^n=x$ ……………………………………………………………2p

x cifră, $\Rightarrow x\in\{1,3,9\}$ ………………………………………………………3p

$n\in\{0,1,2\}$ ……………………………………………………………………………..2p

2. $\dfrac{2^{2^x+1}+2^{2^x}+2^{257}}{2^{258}+2^{256}}$ echiunitară $\Rightarrow 2^{2^x+1}+2^{2^x}+2^{257}=2^{258}+2^{256}$ …………………………………..3p

$2^{2^x}(2+1)=2^{256}\left(2^2+1-2\right)$ ……………………………………………………………3p

$2^{2^x}=2^{256}\Rightarrow 2^x=256$ ……………………………………………………………………2p

$2^x=2^8\Rightarrow x=8$ ……………………………………………………………………..2p

- *Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător*

CLASA A VI-A
BAREM

SUBIECTUL 1.

1. Fie a -numarul spectatori inițial

   b -procentul cu care a fost redus prețul……………………………………………………..**1p**

   $6a$ -încasări inițiale……………………………………………………………………….....**1p**

   $6a+25\%\,\text{din}\,a=6a+\frac{25}{100}\cdot 6a=\frac{15a}{2}$ -încasări finale……………………………………..**1p**

   $6a-b\%$ din $6=6-\frac{b}{100}\cdot 6=\frac{600-6b}{100}$ -preț după reducere…………………………….....**1p**

   $a+50\%$ din $a=a+\frac{50}{100}\cdot a=\frac{3a}{2}$ -număr spectatori final…..…………………………………**1p**

   $\frac{600-6b}{100}\cdot\frac{3c}{2}=\frac{15a}{2}$ ……………………………………………………………………...**2p**

   $\frac{600-6b}{100}=5\Leftrightarrow 600-6b=500\Leftrightarrow b=16,(6)$ …………………………………………...**3p**

2. $\frac{2^{2^x+1}+2^{2^x}+2^{257}}{2^{258}+2^{256}}$ -subunitară

$\Leftrightarrow 2^{2^x+1}+2^{2^x}+2^{257}<2^{258}+2^{256}$ ………………..…………………………………………...**1p**

$\Leftrightarrow 2^{2^x}\left(2^1+1\right)<2^{256}\left(2^2+1-2\right)$ ………………………………………………………………..**1p**

$\Leftrightarrow 2^{2^x}\cdot 3<2^{256}\cdot 3$ ……………………………………………………………………………**1p**

$\Leftrightarrow 2^x<256\Leftrightarrow x<8$ …………………………………………………………………………**1p**

$\Leftrightarrow x\in\{2,3,5,7\}$ ………………………………………………………………………**1p**

3. Din datele problemei se observă că :

   $A=1\underbrace{11............1}_{2015\text{ cifre}}$ ……………………………………………………………………**1p**

   Se observă că $1111=101*11$ …………………………………………………………………..**1p**

   $A=1111\cdot 10^{2011}+1111\cdot 10^{2007}+...+1111\cdot 10^3+111$ ……………………………………………**1p**

   $A=101\cdot 11\left(10^{2011}+10^{2007}+...+10^3\right)+101+10$ ……………………………………………….**1p**

   Se deduce că restul este egal cu 10 . ………………………………………………………………**1p**

SUBIECTUL 2.

1. I tăietură:2 segmente **1p**

II tăietură: $2^2=4$ segmente **1p**

III tăietură: $2^3=8$ segmente **1p**

IV tăietură: $2^4=16$ segmente **1p**

V tăietură: $2^5=32$ segmente **1p**

$AB=32$segmente$=32$cm **3p**

2. Din $BC^2=AB\cdot CD\Rightarrow\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{CD}{BC}$ 1p

$CD^2=BC\cdot DE\Rightarrow\dfrac{CD}{BC}=\dfrac{DE}{CD}$ 1p

$DE^2=CD\cdot EF\Rightarrow\dfrac{DE}{CD}=\dfrac{EF}{DE}$ 1p

$EF^2=DE\cdot FH\Rightarrow\dfrac{EF}{DE}=\dfrac{FH}{EF}$ 1p

$\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{CD}{BC}=\dfrac{DE}{CD}=\dfrac{EF}{DE}=\dfrac{FH}{EF}=k$ 1p

$AD=AB+BC+CD=AB+kAB+k^2AB=AB\left(1+k+k^2\right)$ 2p

$DH=DE+EF+FH=k^3AG+k^4AC+k^5AB=k^3AB\left(1+k+k^2\right)$ 2p

$AD=DH\Rightarrow AB\left(1+k+k^2\right)=k^3\cdot AB\left(1+k+k^2\right)\Leftrightarrow k^3=1\Leftrightarrow k=1$ 2p

Finalizare........ 1p

SUBIECTUL 3.

1)

a) Calculul sumei $2+2^2+...+2^n=2^{n+1}-2$ 2p

$2^{n+1}-2=126\Rightarrow 2^{n+1}=128=2^7$ 2p

$n+1=7\Rightarrow n=6$ 1p

b) $m\left(\sphericalangle AOM_4\right)=2°+4°+8°+16°=30°$ 2p

$m\left(\sphericalangle AOM\right)=m\left(\sphericalangle MOM_4\right)=15°$ 1p

Complementul său este $75°$ 2p

2) Notăm laturile cu x și y $\Rightarrow x\cdot y=2\left(x+y\right)$ 1p

$\Leftrightarrow x=\dfrac{2y}{y-2}=\dfrac{2y-4+4}{y-2}=2+\dfrac{4}{y-2}\in\mathbb{N}$ 2p

$\Leftrightarrow\dfrac{4}{y-2}\in\mathbb{N}\Rightarrow y-2\in D_4=\{1,2,4\}\Rightarrow y\in\{3,4,6\}$ 3p

$\Leftrightarrow x\in\{3,4,6\}$ 2p

Finalizare 2 dreptunghiuri 2p

CLASA A VII-A
BAREM

SUBIECTUL 1.

1. a) $\frac{2}{a+b}=\frac{3}{a+c}=\frac{13}{b+c}=\frac{9}{a+b+c}$ ……………………………………………………1p

$a+b=2k, b+c=13k, a+c=3k, a+b+c=9k$ …………………………………………..1p

$a=-4k, b=6k, c=7k$ ……………………………………………………………………1p

Pentru $k>0$ avem $a<0, b>0, c>0$ ceea ce contrazice ipoteza. ……………………..…1p

Pentru $k<0$ avem $a>0, b<0, c<0$ ceea ce verifică ipoteza și $a+b+c<0$……………1p

b) Înlocuind a,b,c obținute la punctual a) obținem

$a\cdot b+b\cdot c+c\cdot a=-10k^2$ ……………………………………………………………..2p

$k=10, a=-40, b=60, c=70, a+b+c=90$ …………………………………………………2p

$\left(|a+b+c|-90\right)^{2015}=0$ ……………………………………………………………..1p

2. a) $1+2+3+...+2013=\frac{2013\cdot 2014}{2}=2013\cdot 1007$ ……………………………………….2p

$1+3+5+...+2013=\frac{(1+2013)\cdot 1007}{2}=1007^2$ …………………………………......2p

$a=2015-\frac{2013\cdot 1007}{1007}=2015-2013=2$ ……………………………………………..1p

b) $S=2^0+2^1+2^2+...+2^{2015}$ ……………………………………..……………………1p

$S=1+2\cdot\left(1+2+2^2+2^3+2^4\right)+2^6\cdot\left(1+2+2^2+2^3+2^4\right)+...+2^{2011}\cdot\left(1+2+2^2+2^3+2^4\right)$…...2p

$S=1+13\cdot\left(2+2^6+...+2^{2011}\right), r=1$ ……………………………………………………2p

SUBIECTUL 2.

1. Se scriu condițiile de existență: $x\geq 0, 2014-x\geq 0$, de unde $0\leq x\leq 2014$ …………….……3p

x număr întreg $\Rightarrow x\in\{0,1,2,...,2014\}$ ……………………………………………………..2p

După raționalizare obținem $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{1007}}{x-1007}+\frac{\sqrt{2014-x}-\sqrt{1007}}{1007-x}=\frac{\sqrt{x}-\sqrt{2014-x}}{x-1007}$ …………3p

Eliminarea numitorului conduce la identitatea 0 = 0 adevărată pentru orice x din mulțimea $x\in\{0,1,2,...,2014\}$ care conține 2015 elemente……………………………………………….....2p

2. a) $m_g=\sqrt{ab}, m_a=\frac{a+b}{2}$ ……………………………………......................................2p

$\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$, $2\sqrt{ab} < a+b, \left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2 > 0$ ………………………………………………...3p

b) se aplică inegalitatea mediilor demonstrată la punctul a). ………………………………..1p

Se obțin inegalitățile:

$\sqrt{30} < \frac{5+6}{2} = \frac{11}{2}, \sqrt{56} < \frac{7+8}{2} = \frac{15}{2}, \sqrt{72} < \frac{8+9}{2} = \frac{17}{2}, \sqrt{90} < \frac{9+10}{2} = \frac{19}{2},$

$\sqrt{110} < \frac{10+11}{2} = \frac{21}{2}, \sqrt{132} < \frac{11+12}{2} = \frac{23}{2},$ ………………………………………………….……2p

$\frac{\sqrt{30}}{11} + \frac{\sqrt{56}}{15} + \frac{\sqrt{72}}{17} + \frac{\sqrt{90}}{19} + \frac{\sqrt{110}}{21} + \frac{\sqrt{132}}{23} < \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 3$ …………………......2p

SUBIECTUL 3.

1. a) $\triangle ACD, \triangle BDF$ echilaterale, $\triangle DBE$ isoscel ……………………………………………….…2p

   $\sphericalangle DFB \equiv \sphericalangle DAC, EA$ secantă și dreptele $BF, AC \Rightarrow BF \parallel AC$ …………………………......1p

   $m\left(\sphericalangle DBE\right) = 30^\circ, m\left(\sphericalangle DBF\right) = 60^\circ, m\left(\sphericalangle EBF\right) = 90^\circ$ ……………………………..……..1p

   $BE \perp BF, BF \parallel AC \Rightarrow BE \perp AC$ ………………..………………..…………………………1p

   b) $BF \parallel AC \Rightarrow BFAC$ trapez ………………..………………..……………………………..2p

   $AF = AD - DF = DC - DB = BC$ adică *BFAC* trapez isoscel……………..………………..3p

2. a) $BC = 2AD = 2BM = 2MC$ ………………..………………..…………...………………..1p

   $2AN = 2ND = AD = BM = MC$ ………………..………………..…………………………1p

   $\triangle BMP \sim \triangle NAP \Rightarrow \frac{AN}{BM} = \frac{NP}{BP} = \frac{AP}{PM} = \frac{1}{2}$ ………..……………………..…...…………1p

   $\triangle NQD \sim \triangle CQM \Rightarrow \frac{NQ}{QC} = \frac{ND}{CM} = \frac{DQ}{MQ} = \frac{1}{2}$ ……………………………………...………..1p

   $\frac{MP}{PA} = \frac{MQ}{DQ} \Rightarrow PQ \parallel AD \parallel BC$ folosind teorema lui Thales …………………………………1p

   b) $PQ \parallel AD \Rightarrow \triangle MPQ \sim \triangle MAD$ …………………………………………………………1p

   $\frac{MP}{MA} = \frac{MQ}{MD} = \frac{PQ}{AD}$ …………………….………………….………………….…………………1p

   $\frac{AP}{PM} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{PM}{AP} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{PM}{MA} = \frac{2}{3}$ ………………………………………………….…..2p

   $\frac{PQ}{AD} = \frac{2}{3} \Rightarrow PQ = \frac{2}{3}AD$ ………………..………………..………………..……..…..……1p

CLASA A VIII-A
BAREM DE CORECTARE

SUBIECTUL 1.

1. a) Aducerea la acelaşi numitor ……………………………………………………2p
Desfiinţarea parantezelor ……………………………………………………2p
Finalizare ……………………………………………………1p
b) utilizare rezultat a) ……………………………………………………1p
$36b^4+\left(a^2-b^2\right)^2 \geq 2\left(a^2-b^2\right)\cdot 6b^2$ ……………………………………………………2p
$\left(6b^2-a^2+b^2\right)^2 \geq 0$ ……………………………………………………2p
2. a) $x\cdot y-x-y+1$ ……………………………………………………2p
$x+y-x-y+1=1$ ……………………………………………………3p
b) din a) $\Rightarrow y=\dfrac{1}{x-1}+1$ ……………………………………………………2p
$\{y\}=\dfrac{1}{x-1}$ ……………………………………………………2p
$x>2015 \Rightarrow \{y\}<\dfrac{1}{2014}$ ……………………………………………………1p

SUBIECTUL 2.

1) a) $x^2-2x\neq 0 \Rightarrow x\neq 0, x\neq 2$ ……………………………………………………1p
$(x+3)(x+2)(x-2)\neq 0 \Rightarrow x\neq -3, x\neq -2, x\neq 2$ ……………………………………………………1p
$x^2+2x\neq 0 \Rightarrow x\neq 0, x\neq -2$ ……………………………………………………1p
$x\neq 0$ ……………………………………………………1p
Finalizare $x\in \mathbb{R}\setminus\{-3;-2;0;2\}$ ……………………………………………………1p
b) $E(x)=\left(\dfrac{2}{x-2}-\dfrac{4}{(x+2)(x-2)}+\dfrac{x}{x+2}\right)\cdot\dfrac{x^2-4}{x}$ ……………………………………………………1p
Aducere la acelaşi numitor ……………………………………………………1p
Calcul paranteză ……………………………………………………1p
Simplificări ……………………………………………………1p
Finalizare $E(x)=x$ ……………………………………………………1p
c) $E(1)+E(3)+...+E(2015)=1+3+...+2015$ ……………………………………………………1p
Calculul sumă $S=1008^2$ ……………………………………………………4p

2) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}=\left|2-\sqrt{3}\right|=2-\sqrt{3}$ ……………………………………………………2p

$\sqrt{6-3\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{3}{2}\left(4-2\sqrt{3}\right)}=\frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{2}}=\frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 2p

$\sqrt{7-2\sqrt{3}-2\sqrt{2}\cdot\frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}=\sqrt{7-2\sqrt{3}-6+2\sqrt{3}}=1\in\mathbb{N}$ 1p

SUBIECTUL 3.

1) **a)** $\left(PBC\right)\perp\left(PBD\right)\Leftrightarrow DB\perp\left(PBC\right)$ 2p

$\left.\begin{array}{l}DB\perp\left(PBC\right)\\ BC\subset\left(PBC\right)\end{array}\right\}\Leftrightarrow DB\perp BC$ 1p

$\left.\begin{array}{l}m\left(\sphericalangle A\right)=60^{\circ}\Leftrightarrow m\left(\sphericalangle C\right)=60^{\circ}\\ DB\perp BC\end{array}\right\}\Leftrightarrow m\left(\measuredangle BDC\right)=30^{\circ}$ 1p

$\Leftrightarrow BC=\frac{DC}{2}\Leftrightarrow AB=2BC$ 1p

b) $\left.\begin{array}{l}AB=2a\\ BC=a\end{array}\right\}\Leftrightarrow AB=2BC\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\triangle ADB\ dr\\ \triangle PBD\ \text{dr}\end{array}\right.$ 2p

$V_{PABD}=\frac{PC\cdot A_{\triangle ABD}}{3}=\frac{a^3}{2}$ 1p

$V_{PABD}=V_{APBD}=\frac{h\cdot A_{\triangle PBD}}{3}=\frac{h\cdot a^2\sqrt{3}}{3}$ 1p

$h=d\left(A,\left(PBD\right)\right)=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ 1p

2) **a)** Demonstrează $DA'BC'$ tetraedru regulat 1p

Calcul volum cub:V $=a^3$ 1p

Calcul volum tetraedru: V $=\frac{a^3}{3}$ 2p

Finalizare 1p

b) $a=12cm$ 3p

$A_t=867cm^2$ 2p