

Test inițial, clasa a VIII-a, 27 septembrie 2006

Probă scrisă la matematică

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

PARTEA I (45 puncte) - Pe foaia de lucru se trec numai rezultatele.

- 3p** 1. Rezultatul calculului: a) $3 \cdot (-2^2) + 1 : 2$ este egal cu
- 3p** b) $\frac{2}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} : \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$ este egal cu
- 3p** c) $2(x+y)(y-x) - (x+y)^2 - (x-y)^2$ este egal cu
- 2.** Descompunerea în factori ireductibili
- 3p** a) a expresiei $25a^2 - 289b^2$, este
- 3p** b) a expresiei $x^3 - 7x^2 - 8x$, este
- 3p** c) a expresiei $x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$, este
- 3p** 3. a) Ecuația $|2x - 6| = 3$, are mulțimea soluțiilor, $S = \dots$
- 3p** b) Dacă $x + y = 2\sqrt{3}$ și $x^2 - y^2 = 4\sqrt{6}$, atunci $xy = \dots$
- 3p** c) Sistemul de ecuații $\begin{cases} \frac{2}{x} - y = -3 \\ \frac{4}{x} + 2y = -6 \end{cases}$, are soluția $\begin{cases} x = \dots \\ y = \dots \end{cases}$.
- 4.** În triunghiul dreptunghic ABC ($m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ$), cunoaștem că $AC = 12$ cm și că $\sin(\sphericalangle ACB) = \frac{5}{13}$. Calculați:
- 3p** a) lungimea proiecției catetei $[AC]$ pe ipotenuză;
- 3p** b) lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC ;
- 3p** c) lungimea cercului înscris în triunghiul ABC .
- 3p** 5. a) Calculați aria unui pătrat având apotema de $2\sqrt{2}$ cm.
- 3p** b) Triunghiul ABC are $AB = AC = 10$ cm și $BC = 8$ cm. Calculați $\sin(\sphericalangle BAC)$.
- 3p** c) Un trapez are bazele de 10 cm și respectiv 31 cm, iar laturile neparalele de 13 cm și 20 cm. Calculați aria trapezului.

PARTEA a II-a (45 puncte) - Pe foaia de lucru scrieți rezolvările complete

- 1.** Numărul natural n este cuprins între 100 și 350. Împărțind numărul n la 20, respectiv la 25, se obține de fiecare dată același rest, $r \neq 0$.
- 6p** a) Determinați cea mai mică valoare posibilă a lui n ;
- 4p** b) Determinați cea mai mare valoare posibilă a lui n .
- 2.** Demonstrați că:
- 5p** a) $(x+y)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 4$, oricare ar fi $x, y > 0$;
- 10p** b) $(x+y+z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 9$, oricare ar fi $x, y, z > 0$.
- 3.** Fie triunghiul ABC și triunghiurile dreptunghice ABD și ACE , exterioare lui, astfel încât $m(\sphericalangle ABD) = m(\sphericalangle ACE) = 90^\circ$ și $\sphericalangle BAD \equiv \sphericalangle CAE$. Să se arate că:
- 5p** a) triunghiurile ADB și ACE sunt asemenea;
- 5p** b) $\sphericalangle BAD \equiv \sphericalangle BRD$, unde R este proiecția punctului A pe dreapta CD ;
- 10p** c) dreptele BE și CD se intersectează într-un punct situat pe înălțimea din A pe BC .