CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
"UNIREA 2008"

Clasa a VII-a

Focşani, 1 februarie 2008

Subiectul 1. Să se determine mulțimea

$$A = \{ m \in \mathbf{N} \mid m = \overline{a1b} + \overline{b1a} \text{ şi m divizibil cu 7 } \}$$

Enache Pătraşcu

Subiectul 2. Să se determine a, b, c, d $\in$ $\mathbf{Z}^*$ ştiind că

$$\frac{ab}{a+b} = \frac{bc}{b+c} = \frac{cd}{c+d} = \frac{4(d+a)}{da}$$

Enache Pătraşcu

Subiectul 3. În triunghiul ABC, măsurile unghiurilor A, B, C sunt direct proporționale cu 3, 7, respectiv 2. Să se arate că unghiul dintre dreapta AB şi înălțimea din A este congruent cu unghiul dintre AC şi mediana din A.

Constantin Apostol

Subiectul 4. Fie rombul ABCD şi $R \in (AD)$, $S \in (BC)$ astfel încât $RA = RD$, $SB = 2 \cdot SC$. Dacă $RC \cap AB = \{ E \}$, $DS \cap RC = \{ T \}$, $DS \cap AB = \{ F \}$ să se arate că:

a) $DB \perp DE$

b) $5 \cdot TB = 2 \cdot CF$.

Enache Pătraşcu

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
"UNIREA 2008"
Clasa a VIII-a
Focşani, 1 februarie 2008

Subiectul 1. a) Să se scrie numărul 504 ca sumă de trei numere consecutive şi ca produs de trei numere consecutive.

b) Să se arate că dacă un număr natural nenul poate fi scris ca produs de trei numere consecutive, atunci el poate fi scris şi ca sumă de trei numere consecutive.

c) Să se arate că dacă un număr natural nenul poate fi scris ca produs de 2008 numere consecutive, el nu poate fi scris ca sumă de 2008 numere consecutive.

Constantin Apostol

Subiectul 2. Să se determine m, n, $p \in \mathbf{N}^*$, p număr prim, $m \mid n$ şi să se rezolve ecuația $(x - 4m)^2 + (x - 4n)^2 = p^2 + 30$, ştiind că are cel puțin o rădăcină întreagă.

Gabriel Daniilescu

Subiectul 3. Prin centrul triunghiului echilateral ABC ducem paralela la BC pe care luăm, în interiorul triunghiului, punctul M. În M ridicăm perpendiculara pe planul (ABC) pe care luăm punctul N şi, fie A_1, B_1, C_1, picioarele perpendicularelor din N pe BC, pe AC şi, respectiv , pe AB.

a) Să se arate că distanța de la M la BC este media aritmetică a distanțelor de la M la AB, respectiv la AC.

b) Să se arate că dacă NA_1^2 este media aritmetică a numerelor NB_1^2 şi NC_1^2, atunci M coincide cu centrul triunghiului ABC.

Constantin Apostol

Subiectul 4. Fie a, b şi c drepte incluse în planul α şi $\{ O \} = a \cap b \cap c$. Prin O trece o dreaptă m, care formează, de aceeaşi parte a planului α, cu dreptele a, b, respectiv c, unghiuri congruente. Să se arate că $m \perp \alpha$.

Constantin Apostol