SCOALA GENERALA CEAURU MATEMATICA
COM. BALESTI , JUD GORJ

CONCURSUL "VERTICAL"
Editia I – 20-ianuarie 2007
CLASA A-VI –A

I. 1.Determinați numerele prime a,b,c care verifică

$19a+20b+21c=531$

2.Rezolvați ecuația

$$\frac{(2^{n+1}\bullet 3^n+2^n\bullet 3^{n+1}+2^{n+1}\bullet 3^{n+2})\bullet x}{3^{n+2}\bullet 2^n+3^{n+1}\bullet 2^{n+2}+5\bullet 2^{n+3}\bullet 3^n}=\frac{1}{1\bullet 2}+\frac{1}{2\bullet 3}+....+\frac{1}{60\bullet 61}-\frac{37}{61},\quad x\in N.$$

II. Arătați că numărul $a=2^n\bullet 5^{n+1}$ se poate scrie ca sumă de două pătrate perfecte.

III. Se dau punctele coliniare A,B,C,D distincte, în această ordine astfel că 4AB+5AD=9AC şi BD=18cm.

a)Să se afle lungimiile segmentelor BC şi CD

b)Dacă M este mijlocul segmentului AD şi M$\in$ (BC) precizați valorile minimă şi maximă exprimate în numere naturale a lungimii segmentului AD

c)Demonstrați că AB$\bullet$CD+AD$\bullet$BC=AC$\bullet$BD.

SCOALA GENERALA CEAURU MATEMATICA
COM. BALESTI , JUD GORJ

CONCURSUL "VERTICAL"
Editia I – 20-ianuarie 2007
CLASA A-V –A

I. Se dau numerele

a= $(2^{20} : 4^5 - 1024 + 10^2 - 2^6 - 6^2)^{2007} + 2007^2 - 2006 \bullet 2007 :$

b= $2 \bullet 10^3 + 1 - 2^4 \bullet 5^3$

c= $2^4 \bullet 5^3 : \{13^2 - 2^3 \bullet 11 : [(3^2 \bullet 5 - 3^2)^3 : (2 \bullet 3)^4 : 2 - 2^4 \bullet 2007^0 \bullet 1^{2007}]\}$

1.Calculați $(a - 2006 \bullet b)^{2007}$.

2.Arătați că $2008 \bullet (a+b)$ este pătrat perfect.

3.Demonstrați că $2005 \bullet b + 401 \bullet c$ este multiplu de 7.

II. 1 Fie numerele a= $(n-1)(1 + n + n^2 + ... + n^{2007})$

b= $(n^2 - 1)(1 + n^2 + n^4 + ... + n^{2006})$, n$\in N \setminus \{0,1\}$.

Aflați valoarea logică a propoziției a=b,cand n=2.

2 Justificați dacă există x,y$\in N$, astfel ca $5 \bullet x^4 + 4 \bullet y^4 = 7^{21}$.

3 Dacă $\overline{abc} = \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}$ (in baza 10)şi (a+c)+b= $\overline{AB}$,arătați că (a+c)$\bullet$ b= $\overline{BA}$.

II. Dacă A=$\{a,b,c\}$,unde a,b,c sunt numere naturale a căror sumă este 228 şi dacă împărtim primul număr la al doilea şi apoi al treilea număr la primul obținem de fiecare dată catul 4 şi restul 3 şi B= $\{x \in N \mid x = 5 \bullet k + 3, k \in N, k \le 8\}$,

1.Aratați că A şi B nu sunt disjuncte.

2.Derterminați k$\in N$,astfel încat A∩B=Φ.

SCOALA GENERALA CEAURU MATEMATICA
COM. BALESTI , JUD GORJ

CONCURSUL "VERTICAL"
Editia I – 20-ianuarie 2007
CLASA A IV –A

I. Determinați necunoscutele:

a) $[(a+3-207:3)\times 3-2007]:3-27:3-3:3-7=2007$

b) (d+b)+(b+d)=c-200
c-(d+b)-200=4800 aflati pe b,c si d
$d:5=b$

c) Să se afle câtul împărțirii lui a la b dacă: $a\cdot[(2+3\times 4):7+8:(6-4:2)]=4\times b$

II. Notăm cu „m" suma a două numere naturale.Catul împărțirii numărului mai mare la cel mai mic este 6, iar restul „r".Să se exprime în funcție de "m" şi „r" fiecare număr.

III. În trei puşculițe se află 925 lei.ce sumă se află în fiecare puşculiță,dacă la fiecare 3 lei din prima puşculiță revin 5 lei din cea de-a doua,iar la fiecare 100 lei din a doua puşculiță,există 25 lei în a treia puşculiță.

CONCURSUL "VERTICAL"
Editia I – 20-ianuarie 2007
CLASA A VIII –A

I. Pentru a$\in R$ considerăm expresia E(x)=$a^2 \bullet (1-x^2)+2\bullet a\bullet(1+x^2)+1$. Arătaţi că:
a)$E(0)\geq 0$.
b)Există a$\in R$ astfel încat $E(x)\leq 0$ pentru orice x$\in R$.

II. a)Daţi exemplu de 2007 numere reale distincte astfel încat suma oricăror 2006 numere dintre acestea să fie număr iraţional.
b)Se consideră 2007 numere reale distincte astfel încat suma oricăror 2006 numere dintre acestea este număr raţional. Să se arate că toate numerele sunt raţionale.

III. Se consideră piramida VABC cu baza triunghiul echilateral ABC şi punctele M$\in [AB]$, $N\in[BC]$, $P\in[CA]$ astfel încat AM=BN=CP. Să se arate că:
a) Triunghiul MNP este echilateral.
b) Dacă VM=VN=VP atunci VA=VB=VC

CONCURSUL "VERTICAL"
Editia I – 20-ianuarie 2007
CLASA A VII –A

I. Fie numerele întregi a,b,c cu proprietatea 2a-5b+6c=0.Să se arate că:
   a) b este număr par
   b) a-2c se divide cu 5.

II. a)Fie $n \in N, n \geq 2$.
Dați exemple de 2n numere întregi nenule $a_1, a_2, ... a_n, b_1, b_2, ... b_n$ astfel încat

$$\frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} + ... + \frac{a_n}{b_n} = \frac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{b_1 + b_2 + ... + b_n}.$$

b) Să se determine numerele intregi a şi b astfel încât să se verifice egalitatea:

$$a(1-b) \cdot (-1)^{k(k+1)} - (b-a) \cdot (-1)^{2k+1} + a \cdot (-1)^{2k+2} - b + 1 = 0 \forall k \in \mathrm{N}$$

III. Se consideră triunghiurile ABC şi MNP cu proprietățiile:
AB=MN, AC=MP şi m(BAC)+m(NMP)=180.
Fie A^1 mijlocul lui $[BC]$ si M^1 mijlocul lui $[NP]$.Să se arate că:
a)Dacă $\angle BAC \equiv \angle NMP$ atunci $AA^1 \equiv MM^1$.
b) Dacă $AA^1 \equiv MM^1$ atunci $\angle BAC \equiv \angle NMP$.