CLASA A IV-A
SUBIECTE

SUBIECTUL 1.

1) Arată că numărul $b=40:\{20:[7+(36:4:3+24):9]+8\}+4$ verifică egalitatea:

$$\{[(\overline{1b1b}-18):10-20]:4-15\}\times 4=100.$$

2) Să spunem că distanţa (în metri) de la casa lui Nică până la casa mătuşii Mărioara este valoarea lui m din egalitatea următoare: $3\times[4+(320-m):10]-8=10$, iar de la mătuşă şi până la cireş, distanţa (măsurată în metri) este valoarea nenulă a lui n din expresia următoare: $n:n+n:n+n=202$.

a) Demonstraţi că $m=300$ şi că $n=200$.
b) Pofticios, Nică se duce la cireş de 3 ori într-o zi, trecând de fiecare dată prin faţa ogrăzii mătuşii. Ce distanţă a parcurs el în acea zi pentru a-şi face pofta de cireşe rumene?

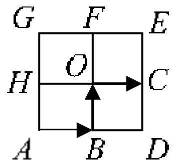
SUBIECTUL 2.

1. Trei copii au câte o sumă de bani. Dacă împărţim suma primului copil la suma celui de-al doilea copil , obţinem restul 2 şi câtul 1; suma celui de-al treilea copil este dublul sumei primului copil şi cu 77 mai mare decât suma celui de-al doilea copil.
Câţi lei are fiecare copil ?

2. Determinaţi numărul natural nenul y din egalitatea: $2010+[33-(3:y+6)\times y]:3=2014$.

SUBIECTUL 3.

1. Figura alăturată prezintă schiţa drumurilor pe care le poate parcurge profesorul Aritmel, dacă pleacă din punctul A şi ajunge în punctul C.
Exemplu: *un traseu posibil este* $A\to B\to O\to C$
Scrieţi toate traseele de la A la C pe care le poate parcurge profesorul Aritmel, fără a trece de două ori prin acelaşi punct .



2. Făt-Frumos are 24 de săgeţi în trei tolbe, împărţite în mod neegal ca număr astfel: $a>b>c$ cu a,b,c numere naturale. Dorind ca în fiecare tolbă să fie acelaşi număr de săgeţi, transferă din prima tolbă în a doua tolbă tot atâtea săgeţi câte sunt în a doua tolbă. Apoi ia din a doua şi transferă în a treia tolbă tot atâtea săgeţi câte sunt în a treia. În final, ia din a treia şi transferă în prima tot atâtea săgeţi câte sunt în prima tolbă. Aflaţi a,b,c, numărul de săgeţi care erau la început în fiecare tolbă.

NOTĂ:
- *Fiecare subiect se punctează de la 0-20 puncte. Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Durata probei este de 120 minute din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.*
- *Elevul are dreptul să rezolve subiectele în orice ordine doreşte.*

CLASA A V-A
SUBIECTE

SUBIECTUL 1.

1. Calculaţi: $5^3+6^3+7^3+11^3$.

2. Arătaţi că numărul 2015^{2014} poate fi scris ca sumă de patru cuburi perfecte.

3. Fie mulţimile $A=\left\{\overline{mn}\;\middle|\;\overline{mn}\ prim,\ n=25-\overline{2m}\right\}$ şi $B=\left\{\overline{ab}\;\middle|\;\overline{ab}\ prim,\ a=\dfrac{\overline{a6}}{\overline{1b}}\right\}$. Determinaţi mulţimea $A\cap B$.

SUBIECTUL 2.

Patru numere naturale a, b, c, d formează un „*grup nostim*" dacă $a<b<c<d$, $2\cdot b=a+c$ şi $2\cdot c=b+d$.

a) Dă un exemplu de grup nostim în care $a=5$.

b) Aflaţi toate numerele din tabelul alăturat, fără să modifici numerele trecute în tabel astfel încât numerele de pe fiecare linie şi de pe fiecare coloană să formeze un grup nostim.

a	b	c	d
x	y	z	88
70	m	n	p
73	u	99	t

SUBIECTUL 3.

1. Spunem că un număr este *factorial* dacă el se poate scrie ca produs de două numere consecutive. Să se arate că nu există un număr *factorial* de două cifre a cărui răsturnat să fie tot număr *factorial*.

2. Priveam cu încântare tablourile pictorului român Sabin Balaşa şi am observat cum o furnică se învârtea în acelaşi sens pe marginea tabloului „*Exploratorul*", având dimensiunile de 41 cm şi 49 cm. Pornind dintr-un colţ al tabloului ea ajungea în acelaşi loc după 42 secunde. Precizaţi în ce colţ al tabloului se află furnica şi ce distanţă a parcurs după 8 minute şi 3 secunde ?

NOTĂ:
- *Fiecare subiect se punctează de la 0-20 puncte. Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Durata probei este de 120 minute din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.*
- *Elevul are dreptul să rezolve subiectele în orice ordine doreşte.*

CLASA A VI-A
SUBIECTE

SUBIECTUL 1.

1. Arătaţi că produsul a două numere naturale consecutive este un număr par.

2. Numerele naturale nenule a, b, c verifică egalitatea $\frac{a^2+a}{2}+\frac{b^2+b}{2}=\frac{c+3}{c+1}$.

Arătaţi că $a=b=c$.

3. Câte numere de forma $\overline{xyz}$ cu $x<y<z$ şi x este un pătrat perfect verifică egalitatea:

$$\overline{x,(yz)}+\overline{y,(zx)}+\overline{z,(xy)}=x+y+z+1.$$

SUBIECTUL 2.

1. Se dau numerele raţionale pozitive a,b,c cu proprietăţile:

$$\frac{3a}{2}=\frac{4b}{3}=\frac{5c}{4} \text{ şi } 15a-4b+5c=4.$$

Să se arate că are loc inegalitatea: $1,(3)<3a-3b+5c<1,4$.

2. Locuitorii unei comune, formate din două sate A şi B, sunt chemaţi la vot. Procentul de participare la vot al aşezării A este de 60%, iar al aşezării B este de 75%. Să se afle cât la sută reprezintă locuitorii satului A din locuitorii satului B, dacă procentul de participare la nivelul comunei este de 69%.

SUBIECTUL 3.

1. Fie $A_0, A_1, A_2, ..., A_{2015}$ puncte coliniare în această ordine. Ştiind că $A_0A_1=A_1A_2=1$ şi $A_kA_{k+1}=2\cdot A_{k-1}A_k$ pentru orice $k\geq 2$, să se calculeze lungimea segmentului A_0A_{2015}.

2. Se dă unghiul alungit $\sphericalangle AOB$ şi punctele C şi D situate în semiplane opuse faţă de dreapta AB, astfel încât $m(\sphericalangle COD)=80°$.

a) Dacă $[ON$ este bisectoarea unghiului AOC şi $[OM$ este bisectoarea unghiului BOD şi $m(\sphericalangle BOC)=140°15'30''$, calculaţi măsura $\sphericalangle MON$.

b) Dacă $[OE$ este semidreapta opusă semidreptei $[OD$, calculaţi măsura $\sphericalangle BOE$.

NOTĂ:
- *Fiecare subiect se punctează de la 0-20 puncte. Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Durata probei este de 120 minute din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.*
- *Elevul are dreptul să rezolve subiectele în orice ordine doreşte.*

CLASA A VII-A
SUBIECTE

SUBIECTUL 1.

Fie mulţimea $A=\{1;2;3;...;2014\}$ şi $a,b,c,d,x,y,m,n,p,q\in A$.

a) Calculaţi $x\cdot y$, ştiind că $x=\frac{a}{a+d}+\frac{b}{b+d}+\frac{c}{c+d}$ şi $y=\frac{d}{a+d}+\frac{d}{b+d}+\frac{d}{c+d}$.

b) Dacă $m=\frac{a^3}{bcd}$, $n=\frac{b^3}{acd}$, $p=\frac{c^3}{abd}$ şi $q=\frac{d^3}{abc}$, demonstraţi că $a^4+b^4+c^4+d^4=4abcd$.

c) Demonstraţi că, dacă numerele u şi w nu sunt din A, dar verifică $\frac{1}{u}+\frac{1}{w}=\frac{1}{2014}$, atunci are loc egalitatea $\sqrt{(u-2014)\cdot(w-2014)}=2014$.

SUBIECTUL 2.

1. Fie $n\in\mathbb{N}$. Ştiind că între numerele raţionale $\frac{n}{7}$ şi $\frac{n}{5}$ se găsesc cel puţin două numere naturale, să se arate că $n>35$.

2. Să se determine cel mai mare număr natural $n\in\mathbb{N}$ pentru care următoarea problemă are soluţie unică: „*Darius, Emi şi Ilias au împreună n mere. Aflaţi câte mere are fiecare dintre ei, ştiind că Emi are de trei ori mai multe mere decât Darius, iar Ilias are mai multe mere decât Darius şi mai puţine decât Emi.*"

SUBIECTUL 3.

1. Liniile mijlocii ale unui triunghi isoscel sunt egale cu 3 şi 7. Demonstraţi că perimetrul triunghiului este egal cu 34.

2. Determinaţi toate dreptunghiurile, cu lungimile laturilor exprimate în numere naturale, pentru care aria şi perimetrul se exprimă prin acelaşi număr.

3. Triunghiul $\triangle ABC$ este dreptunghic în A şi are $m(\widehat{ABC})=30^0$. Considerăm înălţimea AF şi bisectoarele BE şi AD. Arătaţi că $\triangle AFD\sim\triangle BAE$ şi că $BE=2\cdot AD$.

NOTĂ:
- *Fiecare subiect se punctează de la 0-20 puncte. Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Durata probei este de 120 minute din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.*
- *Elevul are dreptul să rezolve subiectele în orice ordine doreşte.*

CLASA A VIII-A
ENUNȚURI

SUBIECTUL 1.

1) (6p) Fie $a, b, c \in \mathbb{N}$. Dacă singurul număr natural din intervalul $(a;c)$ este b, arătaţi că expresia $\sqrt{b^2 - a \cdot c}$ nu depinde de a, b, c.

2) (7p) Descompuneţi în factori de gradul întâi expresia algebrică $E(x) = x^2 - 3x - 108$.

3) (7p) Un biciclist trebuie să parcurgă un drum de $36\ \text{km}$ şi îşi face socoteala că va ajunge la destinaţie la o anumită oră. Drumul fiind rău, viteza sa este cu $3\ \text{km/h}$ mai mică decât cea prevăzută şi din cauza aceasta el ajunge la destinaţie cu o întârziere de o oră. Se cere viteza cu care biciclistul a dorit să parcurgă drumul.

SUBIECTUL 2.

1) (8p) Demonstraţi egalitatea următoare:

$$\left(\frac{b+c-a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a+c-b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a+b-c}{2}\right)^2 + \left(\frac{a+b+c}{2}\right)^2 = a^2 + b^2 + c^2, \quad \forall\ a, b, c \in \mathbb{R}.$$

2) (12p) Arătaţi că numărul 2016 poate fi scris şi ca sumă de patru pătrate perfecte şi ca sumă de trei numere naturale, pătrate perfecte.

SUBIECTUL 3.

Se consideră un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ de dimensiuni a, b, c. Notăm cu d diagonala paralelipipedului, cu d_1, d_2, d_3 diagonalele feţelor sale, iar cu $u = \sphericalangle(BD'; BB')$; $v = \sphericalangle(BD'; BC)$ şi $w = \sphericalangle(BD'; AB)$.

- **a)** (6p) Arătaţi că $d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 = 2d^2$.
- **b)** (6p) Arătaţi că $\cos^2 u + \cos^2 v + \cos^2 w = 1$.
- **c)** (8p) Ştiind că $d_1 d_2 + d_2 d_3 + d_3 d_1 = 2d^2$, să se arate că $ABCDA'B'C'D'$ este cub.

NOTĂ:
- *Fiecare subiect se punctează de la 0-20 puncte. Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Durata probei este de 120 minute din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.*
- *Elevul are dreptul să rezolve subiectele în orice ordine doreşte.*

CLASA A IV-A
BAREM

SUBIECTUL 1.

1) $(......)=27$ **1.5p**
$[......]=10$ **1p**
$\{......\}=10$ **1p**
Finalizare $b=8$ **1p**
Scriere nr. $\overline{1b1b}=1818$ **1p**
$(......)=1800$ **0.5p**
$[......]=160$ **1p**
$\{......\}=25$ **1p**
Finalizare: $100=100$ **1p**

2)
a) Verificarea afirmației $m=300$ **4p**
Verificarea afirmației $n=200$ **4p**
b) Calculul distanței = 3000 m **3p**

SUBIECTUL 2.

1. Stabilirea relațiilor matematice $a=b+2; c=2a; c=b+77$ **4p**
Aflarea valorii lui $b=73$ **4p**
Aflarea valorii lui $a=75$ **1p**
Aflarea valorii lui $c=150$ **1p**

2. Efectuarea operațiilor pentru obținerea relației $(3:y+6)\times y=21$ **3p**
Împărțirea $3:y$ este posibilă pentru $y=3$ și $y=1$ **4p**
Verificarea relațiilor **2p**
Finalizare $y=3$ **1p**

SUBIECTUL 3.

1. Găsirea tuturor traseelor (1 din exemplu + 9 trasee noi)….. ……………………..………………**9p**

$A \to B \to D \to C$;

$A \to B \to O \to F \to E \to C$;

$A \to B \to O \to H \to G \to F \to E \to C$;

$A \to H \to O \to C$;

$A \to H \to G \to F \to O \to C$;

$A \to H \to G \to F \to E \to C$;

$A \to H \to O \to F \to E \to C$;

$A \to H \to O \to B \to D \to C$;

$A \to H \to G \to F \to O \to B \to D \to C$

2. $24:3 = 8$ săgeți în fiecare tolbă după transferurile succesive………………………………**2p**

Stabilirea relațiilor matematice: $2a-2b=2b-c=2c-a+b=8$ …………………………..**4p**

Aflarea numărului inițial de săgeți: $a=11$ …………………………….……………….…………….. **1p**

$b=7$ ……………………...…………………..………………………..…………………….……….. **1p**

$c=6$ ………………………..………………………..………………………..…………….…………**3p**

CLASA A V-A
BAREM

SUBIECTUL 1.

1. $5^3 = 125$ ………………………………………………………………………………………..1p
$6^3 = 216$ ………………………………………………………………………………………..1p
$7^3 = 343$ ………………………………………………………………………………………..1p
$11^3 = 1331$ ………………………………………………………………………………………1p
$5^3 + 6^3 + 7^3 + 11^3 = 2015$ ……………………………………………………………………1p

2. $2015^{2014} = 2015^{2013} \cdot 2015$ ……………………………………………………………………..1p
$2015^{2013} = \ 2015^{671}\ ^{3} \cdot 2015$ ……………………………………………………………………..1p
$2015^{2014} = \ 2015^{671}\ ^{3} \cdot \ 5^3 + 6^3 + 7^3 + 11^3$ ……………………………………………………………2p
$2015^{2014} = \ 2015^{671} \cdot 5\ ^{3} + \ 2015^{671} \cdot 6\ ^{3} + \ 2015^{671} \cdot 7\ ^{3} + \ 2015^{671} \cdot 11\ ^{3}$ ………………………..2p

3. $n = 25 - \overline{2m} \Rightarrow n + m = 5$ ……………………………………………………………………2p
$A = \ 23, 41$ ……………………………………………………………………………………..2p
$a = \dfrac{\overline{a6}}{\overline{1b}} \Rightarrow a \cdot \overline{1b} = \overline{a6} \Rightarrow ab = 6$ ……………………………………………………………………2p
$B = \ 23, 61$ ……………………………………………………………………………………2p
$A \cap B = \ 23$ ………………………………………………………………………..................1p

SUBIECTUL 2.

a) $2b = a + c \Rightarrow b = \dfrac{a+c}{2}$ ……………………………………………………………….....1p

$2c = b + d \Rightarrow c = \dfrac{b+d}{2}$ ……………………………………………………………………........1p

Exemplu: $a = 5, b = 6, c = 7, d = 8$ ……………………………………………………….........4p

Verificare $6 = \dfrac{5+7}{2}, 7 = \dfrac{6+8}{2}$ …………………………………………………....................2p

$\textbf{b)}\, u = \dfrac{73+99}{2} = 86$ 1p

$70 = \dfrac{73+x}{2} \Rightarrow x = 67$ 1p

$67 = \dfrac{a+70}{2} \Rightarrow a = 64$ 1p

$99 = \dfrac{t+86}{2} \Rightarrow t = 112$ 1p

$p = \dfrac{88+112}{2} \Rightarrow p = 100$ 1p

$88 = \dfrac{d+100}{2} \Rightarrow d = 76$ 1p

$$\left.\begin{aligned} c &= \frac{b+76}{2} \\ b &= \frac{64+c}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} b = 68 \\ c = 72 \end{cases}$$ 2p

Analog se află:

$y = 74$ 1p

$z = 81$ 1p

$m = 80$ 1p

$n = 90$ 1p

SUBIECTUL 3.

1. $\overline{ab} = n\ \ n+1$ 2p

Mulțimea numerelor factoriale de două cifre este $\ 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90$ 3p

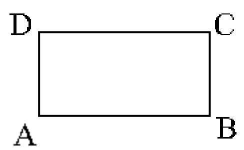
$\overline{ba} \in \ 21, 24, 65, 27$ 2p

$21, 24, 65, 27 \not\subset \ 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90$ 2p

2. $8\text{min}\,3\text{sec} = 8 \cdot 60 + 3 = 483\text{sec}$ 2p

$483 : 42 = 11{,}5 = 11\dfrac{1}{2} \Rightarrow$ furnica parcurge 11 ture și jumătate 2p

Dacă pleacă din A furnica ajunge în punctul C 2p



$P = 2\ \ L+1\ \ = 2 \cdot 90 = 180\text{cm}$ 2p

Distanța este $d = 11 \cdot 180 + \dfrac{180}{2} = 1980 + 90 = 2070\text{cm}$ 3p

CLASA A VI-A
SUBIECTE

SUBIECTUL 1.

1) $p = n \cdot (n+1), n \in \mathbb{N}$ **1P**

$n = 2k \Rightarrow p = 2k \cdot (k+1) \vdots 2 \Rightarrow p$ par **2P**

$n = 2k+1 \Rightarrow p = (2k+1)(2k+2) = 2(2k+1)(k+1) \vdots 2 \Rightarrow$ par **2P**

2) $a^2 + a = a(a+1), b^2 + b = b(b+1)$ nr. pare **1P**

$\frac{a^2+a}{2} \in \mathbb{N}, \frac{b^2+b}{2} \in \mathbb{N}$ **1P**

$\frac{c+3}{c+1} = 1 + \frac{2}{c+1} \in \mathbb{N}$ **1P**

$c+1 \in D_2, c \in N^* \Rightarrow c = 1$ **1P**

$a(a+1) + b(b+1) = 4$ **1P**

$a(a+1) = b(b+1) = 2$ **1P**

Finalizare $a = b = c = 1$ **1P**

3) $x + y + z + \frac{\overline{yz} + \overline{zx} + \overline{xy}}{99} = x + y + z + 1$ **3P**

$11x + 11y + 11z = 99 \Rightarrow x + y + z = 9$ **2P**

$x < y < z, x + y + z = 9 \Rightarrow x = 1, y = 2, z = 6$
$x = 1, y = 3, z = 5$ **2P**

$\overline{xyz} = 135$ **sau** $\overline{xyz} = 126$ **1P**

SUBIECTUL 2.

1. $\frac{3a}{2} = \frac{4b}{3} = \frac{5c}{4} = k \Rightarrow a = \frac{2k}{3}, b = \frac{3k}{4}, c = \frac{4k}{5}$ **2P**

$k = \frac{4}{11}$ 2P

$3a - 3b + 5c = \frac{15}{11}$ 1P

$\frac{4}{3} < \frac{15}{11} \Leftrightarrow \frac{44}{33} < \frac{45}{33}$ 2P

$\frac{15}{11} < \frac{7}{5} \Leftrightarrow \frac{75}{55} < \frac{77}{55}$ 2P

Finalizare 1P

2) Notăm a = numărul locuitorilor din satul A și cu b = numărul locuitorilor din satul B

$\frac{60}{100}a + \frac{75}{100}b = \frac{69}{100}\ \ a + b$ 3P

$2b = 3a$ 2P

$\frac{p}{100}b = a$ 3P

Finalizare $p = 66,\ 6\ \%$ 2P

SUBIECTUL 3.

1. $A_2A_3 = 2A_1A_2; A_3A_4 = 2A_2A_3$ 2P

$A_{2014}A_{2015} = 2^{2013}$ 3P

$A_0A_{2015} = 1+1+2+2^2+...+2^{2013}$ 2P

Finalizare $A_0A_{2015} = 2^{2014}$ 3P

2.

a) $m\ \sphericalangle AOC\ = m\ \sphericalangle AOB\ - m\ \sphericalangle BOC\ = 39°44'30''$ 1P

$m\ \sphericalangle AOD\ = m\ \sphericalangle COD\ - m\ \sphericalangle AOC\ = 40°15'30''$ 1P

$m\ \sphericalangle BOD\ = m\ \sphericalangle AOB\ - m\ \sphericalangle AOD\ = 139°44'30''$ 1P

$m\ \sphericalangle MON\ = m\ \sphericalangle MOD\ + m\ \sphericalangle AOD\ + m\ \sphericalangle AON$ 1P

$m\ \sphericalangle MON\ = 130°$ 1P

b) $[OE$, OD - semidrepte opuse $\Rightarrow D - O - E$ 1P

$\sphericalangle AOB$ alungit $\Rightarrow A - O - B$ 1P

$\sphericalangle BOE, \sphericalangle AOD$ - unghiuri opuse la vârf 2P

$m\ \sphericalangle BOE\ = m\ \sphericalangle AOD\ = 40°15'30''$ 1P

CLASA A VII-A
BAREME

SUBIECTUL 1.

a)

x + y =1 + 1+ 1 = 3…………………………………………………………… 1 punct

$x \neq y$ …………………………………………………………………… 1 punct

x, y $\in A \subset \mathbb{N} \Rightarrow x=1,\ y=2\ sau\ x=2,\ y=1$ ……………………………… 2 puncte

$x \cdot y = 2$ ……………………………………………………………………… 2 puncte

b)

$m \cdot n \cdot p \cdot q = 1$ ……………………………………………………………… 1 punct

$m,\ n,\ p,\ q \in A \subset \mathbb{N} \Rightarrow m=n=p=q=1$ ……………………………… 1 punct

$a^4 = m \cdot abcd,\ b^4 = n \cdot abcd,\ c^4 = p \cdot abcd,\ d^4 = q \cdot abcd$ ………………… 2 puncte

$a^4+b^4+c^4+d^4 = abcd \cdot (m+n+p+q) = 4abcd$ ………………………… 2 puncte

c)

$\frac{1}{u}+\frac{1}{w}=\frac{1}{2014}\Big| \cdot 2014uw$ ………………………………………………… 2 puncte

$2014u + 2014w = uw$ ………………………………………………………… 1 punct

$uw - 2014u - 2014w + 2014^2 = 2014^2$ ……………………………………… 2 puncte

$(u-2014)(w-2014) = 2014^2$ …………………………………………………… 2 puncte

$\sqrt{(u-2014)(w-2014)} = 2014$ …………………………………………………… 1 punct

SUBIECTUL 2.

1.

Între două numere reationale pozitive se află cel puţin două numere naturale dacă diferenţa lor este mai mare sau egală cu 2………………….. 4 puncte

$\frac{n}{5}-\frac{n}{7} > 2 \Big| \cdot 35$ ……………………………………………………………… 2 puncte

$7n - 5n > 70$ ……………………………………………………………… 1 punct

$n > 35$ …………………………………………………………………… 1 punct

2.

x = nr. mere Darius, y = nr. mere Emi, z = nr. mere Ilias

$\left.\begin{array}{l} x+y+z=n \\ y=3x \end{array}\right\}$ ……………………………………………………………… 2 puncte

$z = n - 4x$ ………………………………………………………………… 1 punct

$x < z < y \Rightarrow 5x < n < 7x$ ……………………………………………………… 1 punct

$x < \frac{n}{5};\ x > \frac{n}{7}$ ……………………………………………………………… 2 puncte

x soluţie unică, $\frac{n}{7} < x < \frac{n}{5} \overset{1.}{\Rightarrow} \frac{n}{5}-\frac{n}{7} \le 2$ ……………………………… 2 puncte

$\left.\begin{array}{l} n \le 35 \\ n = \max \end{array}\right\} \Rightarrow n = 35$ ……………………………………………………… 2 puncte

Verificare………………………………………………………………… 2 puncte

SUBIECTUL 3.

1.

Fie a', b', c' lungimile liniilor mijlocii ale triunghiului dat

Verificarea inegalității între laturile triunghiului

$\left.\begin{array}{l} a'=b'=3 \\ c'=7 \\ a'+b'>c' \end{array}\right\} \Leftrightarrow 3+3>7 \ fals$ .... 2 puncte

$\left.\begin{array}{l} a'=b'=7 \\ c'=3 \\ a'+b'>c' \\ a'+c'>b' \end{array}\right\} \Leftrightarrow \begin{cases} 7+7>3 \\ 7+3>3 \end{cases}$ .... 2 puncte

$\left.\begin{array}{l} a=b=14 \\ c=6 \end{array}\right\} \Rightarrow P=34$ .... 1 punct

2.

$L\cdot l=2(L+l)$ .... 1 punct

$L\cdot l-2L-2l=0$ .... 1 punct

$(L-2)(l-2)=4$ .... 1 punct

$L,\ l\in\mathbb{N}\Rightarrow \begin{cases} L-2=4 \\ l-2=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L=6 \\ l=3 \end{cases}$ .... 1 punct

$L,\ l\in\mathbb{N}\Rightarrow \begin{cases} L-2=2 \\ l-2=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L=4 \\ l=4 \end{cases}$ .... 1 punct

3.

$m(\sphericalangle EBA)=\dfrac{m(\sphericalangle B)}{2}=15^0$ .... 2 puncte

$\left.\begin{array}{l} m(\sphericalangle FAB)=60^0 \\ m(\sphericalangle BAD)=45^0 \end{array}\right\} \Rightarrow m(\sphericalangle FAD)=15^0$ .... 2 puncte

$\left.\begin{array}{l} \sphericalangle EAB\equiv\sphericalangle FAD \\ \sphericalangle EAB\equiv\sphericalangle AFD \end{array}\right\} \overset{U.U.}{\Rightarrow} \Delta AFD\sim\Delta BAE$ .... 2 puncte

$\left.\begin{array}{l} \Delta ABF \\ m(\sphericalangle B)=30^0 \\ m(\sphericalangle F)=90^0 \end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{AF}{AB}=\dfrac{1}{2}$ .... 1 punct

$\Delta AFD\sim\Delta BAE\Rightarrow\dfrac{AF}{AB}=\dfrac{AD}{BE}=\dfrac{1}{2}$ .... 2 puncte

$BE=2AD$ .... 1 punct

CLASA A VIII-A
BAREM

SUBIECTUL 1.

1) $a,b,c\in\mathbb{N}\Rightarrow b=a+1, c=a+2$ **2P**

$b^2-ac=(a+1)^2-a(a+2)$ **2P**

$=1$ **1P**

$\sqrt{b^2-ac}=1$ **1P**

2) $E(x)=x^2-3x-108=x^2-12x+9x-108$ **3P**

$=x(x-12)+9(x-12)$ **2P**

$=(x-12)(x+9)$ **2P**

3) $36=v\cdot t\Rightarrow t=\dfrac{36}{v}$ **1P**

$36=(v-3)(t+1)\Rightarrow t+1=\dfrac{36}{v-3}\Rightarrow t=\dfrac{36}{v-3}-1$ **2P**

$\dfrac{36}{v}=\dfrac{36}{v-3}-1$ **1P**

$v^2-3v-108=0$ **2P**

$(v-12)(v+9)=0$, $v=12$ **1P**

SUBIECTUL 2.

1) $\left(\dfrac{b+c-a}{2}\right)^2=\dfrac{b^2+c^2+a^2+2bc-2ab-2ac}{4}$ **1P**

$\left(\dfrac{a+c-b}{2}\right)^2=\dfrac{a^2+c^2+b^2+2ac-2ab-2bc}{4}$ **1P**

$\left(\dfrac{a+b-c}{2}\right)^2=\dfrac{a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc}{4}$ **1P**

$\left(\dfrac{a+b+c}{2}\right)^2=\dfrac{a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc}{4}$ **1P**

FINALIZARE **4P**

2) $a=4, b=8, c=44$ **6P**

$\left(\frac{b+c-a}{2}\right)^2=16^2$ **1P**

$\left(\frac{a+c-b}{2}\right)^2=20^2$ **1P**

$\left(\frac{a+b-c}{2}\right)^2=24^2$ **1P**

$\left(\frac{a+b+c}{2}\right)^2=28^2$ **1P**

Cele patru numere sunt: 16, 20, 24, 28 ....**2P**

SUBIECTUL 3.

a) $d_1^2=a^2+b^2$ **1P**

$d_2^2=c^2+b^2$ **1P**

$d_3^2=a^2+c^2$ **1P**

$d^2=a^2+b^2+c^2$ **1P**

Finalizare **2P**

b) $\cos u=\frac{b}{d}$, $\cos v=\frac{c}{d}$, $\cos w=\frac{a}{d}$ **3P**

$\cos^2 u+\cos^2 v+\cos^2 w=\frac{b^2}{d^2}+\frac{c^2}{d^2}+\frac{a^2}{d^2}$ **2P**

Finalizare **1P**

c) $d_1d_2+d_2d_3+d_3d_1=d_1^2+d_2^2+d_3^2$ **2P**

$2d_1^2+2d_2^2+2d_3^2-2d_1d_2-2d_1d_3-2d_2d_3=0$ **2P**

$(d_1-d_2)^2+(d_2-d_3)^2+(d_3-d_1)^2=0$ **2P**

$d_1=d_2=d_3 \Rightarrow a^2+b^2=a^2+c^2=b^2+c^2 \Rightarrow a=b=c \Rightarrow ABCDA'B'C'D'$ este cub..........**2P**