

Concursul interjudetean de matematică
"Josef Marti"
BUCUREȘTI - 19 martie 2005

clasa a VII-a

1. Alegem la întâmplare șapte numere naturale și considerăm propozițiile: p : "există două dintre cele șapte numere a căror diferență se divide cu 10" și q : "există două dintre cele șapte numere a căror sumă se divide cu 10". Arătați că propoziția " p sau q " este adevărată.

2. Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}^*$, considerăm numărul $a_n = \sqrt{1} - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \dots + (-1)^{n-1} \sqrt{n}$

a) Arătați că $a_n \cdot a_{n+1} < 0$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

b) Arătați că, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$, $|a_n| > \frac{\sqrt{n+1}}{2}$ sau

$$|a_{n+1}| > \frac{\sqrt{n+1}}{2}.$$

3. Fie rombul $ABCD$ și punctele $O \in (BD)$, $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $\{P\} = MO \cap CD$, $\{Q\} = NO \cap AD$. Arătați că patrulaterul $MNPQ$ este trapez.

4. În triunghiul ABC considerăm $AD \perp BC$ ($D \in (BC)$), $DE \perp AB$ ($E \in (AB)$), $DF \perp AC$ ($F \in (AC)$). Fie M și N proiecțiile punctelor E și respectiv F pe dreapta BC . Dacă $AM = AN$, demonstrați că triunghiul ABC este isoscel sau dreptunghic.

prof. V. Chiriac și prof. M. Fîrșu

Nota: Toate subiectele sunt obligatorii;

Țimp de lucru: 3 ore efectiv.

Subiectele se punctează de la 1 la 9 + 1 punct oficiu.