

OLIMPIADA DE MATEMATICA
ETAPA PE LOCALITATE 07.02.2004

CLASA a V-a

1. Aflati numerele \overline{xy} , scrise in baza 10, stiind ca $(xy + y)^2 - 5(x + 1) = 4$

10p

2. Fie $a = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{100}}$ si $b = \frac{1}{10^{30}}$. Comparati a cu 1 - b.

10p

3. Sa se determine $x, y, z \in \mathbb{N}$ astfel incat $4^x + 3^y + 2^z = 59$

10p

4. Un elev are o suma de lei. Daca mama ii mai da 500 000 lei observa ca depaseste suma 1 000 000 cu tot atatia lei cat ii mai trebuiau pana la 1 000 000. Aflati ce suma avea elevul la inceput.

10p

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 2 ore. Media de calificare la etapa județeană este de cel puțin 8,50.

OLIMPIADA DE MATEMATICA
ETAPA PE LOCALITATE 07.02.2004

CLASA a VI-a

1. Fie ABC un triunghi oarecare, $D \in AC$, $E \in AB$ astfel incat $\sphericalangle DBC \equiv \sphericalangle ECB$. Daca $\{F\} = BD \cap CE$ si AF este bisectoarea $\sphericalangle EFD$, cercetati daca $\triangle ABC$ este isoscel si daca $AF \perp BC$.

10p

2. Determinati cel mai mare si cel mai mic numar de forma \overline{xabcd} unde a, b, c, d sunt pare, diferite si divizori ai numarului dat.

3. a) Fie triunghiurile isoscele MBC, NBC, PBC cu aceeasi baza BC. Aratati ca punctele M, N, P sunt coliniare

b) Construiti numai cu compasul trei puncte coliniare

10p

4. Lungimile $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ ale laturilor triunghiului ABC sunt astfel incat „a” si „b” sunt direct proportionale cu numerele 3 si 4 ; iar „b” si „c” sunt inversproportionale cu numerele 5 si 6. Determinati triunghiurile de perimetru minim in conditiile date.

10p

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 2 ore. Media de calificare la etapa județeană este de cel puțin 8,50.

**OLIMPIADA DE MATEMATICA
ETAPA PE LOCALITATE 07.02.2004**

Clasa a VII-a

1. Arătați că:

$$\sqrt{1+3+5+\dots+2001} \in Q, \text{ iar } \sqrt{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2003} \notin Q$$

10p

2. În paralelogramul ABCD cu $AB > BC$ se ia $M \in (AB)$ așa ca $(BM) \equiv (BC)$ și $N \in AD$ astfel încât $A \in (DN)$ și $(DN) \equiv (DC)$. Prin vârful C al paralelogramului se duce o dreaptă variabilă care intersectează pe AB și AD în P, respectiv Q. Să se arate că:

a. punctele C, N, M sunt coliniare

b. $BP \cdot DQ = \text{constant}$

10p

3. În ΔMNP se cunosc: $MN = MP$, $m(\hat{M}) \leq 90^\circ$

Dacă $Q \in (NP)$ și $MQ^2 = QN \cdot QP$. Calculați măsurile unghiurilor ΔMNP .

10p

4. Aflați cifrele x și y astfel încât

$$\sqrt{0,xx(y) + 0,yy(x)} \in Q$$

10p

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 3 ore. Media de calificare la etapa județeană este de cel puțin 8,50.

**OLIMPIADA DE MATEMATICA
ETAPA PE LOCALITATE 07.02.2004****Clasa a VIII-a**

1. a. Care sunt primele 2004 cifre după virgulă ale numărului: $(\sqrt{17} - 4)^{2227}$

b. Arătați că numerele $a = 2^{2^{10}} - 1$ și $b = 2^{2^{12}} - 3$ sunt prime între ele.

10p

2. Să se determine $x, y \in \mathbb{Z}$ astfel încât :

$$x^2 + 3x = y^2 + 7y$$

10p

3. Fie paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$. Din A se duc $AM \perp A'B$ ($M \in A'B$), $AN \perp A'C$ ($N \in A'C$), $AP \perp A'D$ ($P \in A'D$), care intersectează baza $A'B'C'D'$ respectiv în punctele M', N', P' .

Arătați că:

a. $AM \perp A'C$

b. Punctele M', N', P' sunt coliniare

10p

4. Să se arate că: $(x^2 + 2x + 2)(y^2 - 2y + 2) \geq 4xy$; $x, y > 0$

10p

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 3 ore. Media de calificare la etapa județeană este de cel puțin 8,50.