INSPECTORATUL ŞCOLAR BRĂILA
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 13.02.2005
CLASA A V-A

1. Să se arate că numărul $a = 2^{2n+2}\cdot7^{n+3} + 11\cdot2^{2n+5}\cdot7^{n} + 2^{2n}\cdot7^{n+3} - 31\cdot2^{2n+1}\cdot 7^{n}$ este divizibil cu 2005, oricare ar fi $n\in\mathbf{N}$.

Prof. Adela Cochino

2. Demonstraţi că numărul $a = 2^{n} + 3^{n}$ nu poate fi pătrat perfect, oricare ar fi n număr natural par.

Prof. Adela Cochino

3. Împărţind un număr la răsturnatul său, obţinem câtul 4 şi restul 87. Aflaţi numărul ştiind că diferenţa dintre cifra sutelor şi cea a unităţilor este 5.

(***)

4. Fie $A=\{1,2,3, ..., n, n+1\}$, $n\in\mathbf{N}^*$. Notăm cu M_1 mulţimea tuturor mulţimilor formate cu 2 elemente pare din mulţimea A, cu M_2 mulţimea tuturor mulţimilor cu 2 elemente impare din A şi cu M mulţimea tuturor mulţimilor cu 2 elemente din mulţimea A.

Arătaţi că $2\cdot\text{card}\,(M_1\cup M_2) < \text{card}\ M$.

Prof. Valentin Florin Damian

CLASA A VI-A

1. Se dau numerele:

$A = 6(10^n - 1)$, $n \in \mathbf{N}$ **şi**

$B = 4(10^{2005} - 1)$.

a) Aflaţi valorile lui n pentru care numărul A este pătrat perfect

b) Arătaţi că produsul cifrelor numărului B nu poate fi pătrat perfect.

2. Determinaţi cifrele x şi y ştiind că $\overline{0,x(y)} = \dfrac{2,(6)}{9x+y+1}$.

3. Fie A,B,C şi D puncte coliniare în această ordine.
Dacă $2AB + AD = 3AC$ şi $BD = 3^{51}$, calculaţi BC şi CD.

4. Unghiurile AOB şi BOC sunt neadiacente, iar unghiurile AOC şi COD sunt adiacente. Fie (OM bisectoarea unghiului BOD şi (ON, (OP semidrepte interioare unghiurilor AOB, respectiv AOC astfel încât $m(\angle NOP) = 90^0$.
Dacă $m(\angle COD) + m(\angle BOM) = 2[m(\angle NOB) + m(\angle POC)] = 176^0$, aflaţi măsura unghiului COD.

CLASA A VII-A

1. Fie x, y numere reale astfel incat $1<x<2$ şi $2<y<3$.

Aratati ca $2xy - 5x - 3y + 7 < 0$.

prof. Nicolae Stanică, Brăila

2. Sa se arate ca nu exista nici un numar rational x cu proprietatea ca:

$x^{2005} - 3x - 1 = 0$.

3. Fie paralelogramul ABCD cu $AC \cap BD = \{O\}$.
Perpendiculara in A pe AB intersecteaza perpendiculara in B pe BC in M, iar perpendiculara in C pe CD intersecteaza perpendiculara in D pe DA in N.

a) Demonstrati ca punctele M, O, N sunt coliniare

b) Daca $m(\angle DAB) > 90^0$, aratati ca $MN > BD$

prof. Valentin Florin Damian, Brăila

4. Se considera triunghiul ABC cu $M \in (AC)$, $N \in (BC)$ si $P \in (AB)$ astfel incat $3AM = 2AC$, $2CN = BN$ si $2BP = AB$. Fie $AN \cap BM = \{T\}$.
Demonstrati ca:

a) T este mijlocul segmentului PC

b) $BM = 4TM$

prof. Nicolae Gerea

CLASA A VIII-A

1. Sa se rezolve in $\mathbf{N}^* \text{x } \mathbf{N}^*$ inecuatia:

$$\frac{x^2+y^2}{x+y} \le \frac{(x+y)^2-xy}{x^2+y^2}$$

prof. Valentin Florin Damian, Brăila

2. Sa se determine $(m,n,p)\in\mathbf{N}\times\mathbf{N}\times\mathbf{N}$ care verifica relatia:

$$m^2+4n^2+16p^{16} = 2mn + 4mp + 8np.$$

prof. Gabriel Daniilescu, Brăila

3. Fie triunghiul ABC cu BC = a, CA = b, AB = c si N este mijlocul laturii BC. Daca $MA \perp (ABC)$, $MA=\frac{|b-c|}{\sqrt{2}}$ si $a^2=4bc$, calculati masura unghiului format de dreapta MN cu planul (ABC).

4. Se considera prisma triunghiulara regulata ABCA'B'C' cu muchia bazei de lungime $\sqrt{6}$. Daca planele (ABC') si (BCA') sunt perpendiculare, sa se arate ca $2\sqrt{3}\cdot V+\sqrt{6}\cdot S=81$, unde V este volumul prismei si S aria sa laterala.

prof. Octavian Horelu, Brăila

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul de lucru este de 3 ore