

5. Divizibilitate. Divizori. Multipli. Criterii de divizibilitate cu 2, 5, 10

Să observăm că numărul 18 se împarte exact la 6. Vom spune că 18 este **divizibil** cu 6.

Ex. Numărul 24 este divizibil cu 4, deoarece 24 se împarte exact la 4
Numărul 9 nu este divizibil cu 2, deoarece 9 nu se împarte exact la 2

Dacă un număr natural este divizibil cu altul, putem spune acest lucru în mai multe moduri, pe care le vom enumera folosind exemplul numărului 28, care este divizibil cu 7.

- 28 este divizibil cu 7 și putem scrie $28 : 7$
- 28 se divide cu 7
- 7 îl divide pe 28 și putem scrie $7 \mid 28$
- 7 este divizor al lui 28
- 28 este multiplu al lui 7

Rețineți că acestea nu sunt altceva decât moduri diferite de a spune același lucru simplu (adică 28 se împarte exact la 7).

Ex. 40 se divide cu 10, deoarece 40 se împarte exact la 10
42 : 6, deoarece 42 se împarte exact la 6
5 îl divide pe 30, deoarece 30 se împarte exact la 5
3 este divizor al lui 12, deoarece 12 se împarte exact la 3
12 este multiplu al lui 2, deoarece 12 se împarte exact la 2

Pentru unele numere nu trebuie efectuată împărțirea pentru a verifica dacă sunt sau nu divizorii unor numere. Avem unele reguli, numite **criterii de divizibilitate** („criteriu” înseamnă „regulă”).

Criteriul de divizibilitate cu 10: un număr natural se divide cu 10 doar dacă are ultima cifră 0.

Ex. 1370 se divide cu 10, deoarece 1370 are ultima cifră 0
10 nu divide $\overline{3a7b8}$, deoarece $\overline{3a7b8}$ are ultima cifră 8

Criteriul de divizibilitate cu 2: un număr natural se divide cu 2 numai dacă are ultima cifră 0, 2, 4, 6 sau 8 (deci dacă este par).

Ex. 9476 se divide cu 2, deoarece 9476 are ultima cifră 2
2 nu este divizor al lui 461, deoarece 461 are ultima cifră 1

Criteriul de divizibilitate cu 5: un număr natural se divide cu 5 doar dacă are ultima cifră 0 sau 5.

Ex. 20.165 este divizibil cu 5, deoarece 20.165 are ultima cifră 5

7259 nu este multiplu al lui 5, deoarece 7259 are ultima cifră 9

Sunt situații în care, fără niciun calcul, se poate stabili dacă un număr este sau nu divizibil cu altul.

Ex. Fără a efectua înmulțirea, se poate spune că $403 \cdot 1872$ se divide cu 403, deoarece $403 \cdot 1872$ se împarte exact la 403 (obținându-se câtul 1872)

7 este divizor pentru orice număr de forma $7 \cdot k$, oricare ar fi numărul natural k .

Multiplii numărului 13 sunt de forma $13n$, unde n poate fi orice număr natural.

Exerciții și probleme

1. Care din propozițiile de mai jos sunt adevărate?

- a) 20 este divizibil cu 4 b) 36 se divide cu 8 c) 45 se divide cu 6
d) 9 este divizibil cu 9 e) 7 îl divide pe 63 f) 11 divide 56

2. Exact jumătate din afirmațiile de mai jos sunt false. Aflați care.

- a) 42 îl divide pe 2 b) 42 se divide cu 3 c) 8 nu se divide cu 6
d) 26 este divizibil cu 13 e) 8 îl divide pe 52 f) 12 divide 1

3. Stabiliți care din simbolurile \vdots sau $|$ trebuie pus în căsuțele de mai jos, pentru a obține enunțuri corecte:

- a) $5 \square 35$ b) $4 \square 56$ c) $39 \square 6$ d) $12 \square 12$
e) $72 \square 6$ f) $1 \square 14$ g) $91 \square 13$ h) $14 \square 0$

4. Un elev a rezolvat exercițiile de mai jos. Merită nota maximă?

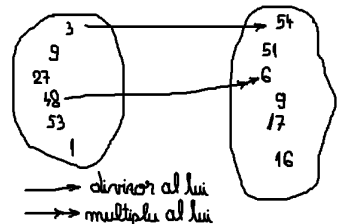
- a) $60 | 15$ b) $5 \vdots 75$ c) $94 \vdots 3$ d) $17 | 290$
e) $308 \vdots 8$ f) $6 | 1$ g) $1 \vdots 34$ h) $25 | 815$

5. În spațiile punctate puneți unul din cuvintele „divizor” sau „multiplu” pentru a obține propoziții adevărate. De ce nu este posibil în toate situațiile?

- a) 22 este.....al lui 11 b) 1 este.....al lui 27 c) 13 este.....al lui 780
d) 16 este.....al lui 84 e) 18 este.....al lui 18 f) 324 este.....al lui 18

6. Trasați săgeți de la numerele din stânga spre cele din dreapta, pentru a obține asocieri corecte. Două săgeți sunt deja trasate.

- a) Există numere în stânga de la care nu „pleacă” nicio săgeată?
b) Există numere în dreapta spre care nu „pleacă” nicio săgeată?



7. Scrieți cinci numere naturale divizibile cu 9. Se pot scrie o infinitate de astfel de numere?
8. Dați exemple de patru numere naturale care îl divid pe 36. Se pot scrie o infinitate de astfel de numere?
9. Care este cel mai mare divizor impar al lui 30?
10. Enumerați toți divizorii pari ai lui 40.
11. Alegeți din șirul de numere 1764; 359; 12; 7; 840; 1; 3 cele ce sunt divizori ai lui 84.
12. Care din numerele 1656; 324; 1; 18; 0; 9; 72 sunt multipli ai lui 18?
13. Arătați că numărul 44 are exact 6 divizori.
14. Câți divizori are cel mai mare număr natural par de forma $\overline{5a}$?
15. Aplicând criteriul de divizibilitate cu 10, subliniați numerele divizibile cu 10: 10.096; 785; $\overline{3x70}$; $\overline{6900}$; $\overline{4b2}$; 198.000.
16. Găsiți cel mai mare număr natural n de forma $\overline{5x7y}$, pentru care $n \vdots 10$.
17. Câte numere naturale de forma $\overline{655b}$ sunt multipli ai lui 2?
18. Scrieți cel mai mic număr natural k , format din patru cifre diferite, astfel încât $2 \mid k$.
19. Calculați suma numerelor naturale care se divid cu 5 din șirul:
599; 600; 601; 5606; 5605; 5604
20. Alegeți cifrele convenabile din șirul 4; 0; 1; 5; 9; 2; 6 pentru a scrie cel mai mic număr natural t care îndeplinește simultan condițiile:
 $C_1) 5 \mid t$ $C_2) t > 56.740$ $C_3) t$ are toate cifrele distincte
21. Două numere naturale au suma 120, iar unul din ele este de 9 ori mai mare decât celălalt. Arătați că unul din cele două numere se divide cu 9.
22. Gavril și Bazil au împreună 300 de euro. Gavril are cu 70 euro mai mult ca Bazil. Arătați că Bazil poate să-și repartizeze banii în 23 de buzumare, în mod egal, fără a trebui să folosească eurocenți.
23. Se consideră numerele a =patru milioane, b =trei miliarde. Ce relație este între ele: $a \mid b$? $a : b$? Sau nici una, nici cealaltă?
24. Arătați că produsul tuturor cifrelor impare este multiplu al lui 135.

25. Fără a efectua înmulțirea, scrieți un divizor de trei cifre al numărului 783·3007.

26. Demonstrați că $A : 12$, unde $A = 3 \cdot 8 \cdot 29 \cdot 7031$.

27. Care din numerele 1300; 460; 830.900; 1001 se divid cu 100? Deduceți un criteriu de divizibilitate cu 100.

28. Găsiți cel mai mare număr natural de forma $\overline{ab7bc}$ divizibil cu 100.

29. Arătați că toate afirmațiile de mai jos sunt adevărate (Indicație: dați factor comun):

a) $n : 7, n = 7 \cdot 2309 + 7 \cdot 688$

b) $14 | a, a = 3794 \cdot 14 - 14$

c) $46 | x, x = 57940 \cdot 37 - 37 \cdot 57894$

d) $b : 3, b = 3 + 6 + 9 + \dots + 129$

30. Să se arate că oricâți câini ar fi într-o haită, dacă la numărul lor adunăm numărul total al picioarelor, lor obținem un rezultat multiplu al lui 5.



31. Cum vă explicați faptul că produsul oricăror două numere naturale consecutive este divizibil cu 2?

32. Arătați că suma oricăror trei numere naturale pare consecutive se divide cu 6.

33. Scrieți cel mai mic număr natural care are suma cifrelor 24 și se divide cu 10.

34. Care este cel mai mare multiplu al lui 12, format din trei cifre?

35. Arătați că oricare ar fi numerele naturale m și n , numărul $21m + 35n$ este divizibil cu 7.

36. În săculețul de pe cântarul electronic din imagine se află două tipuri de monezi: unele cântăresc 8 grame fiecare, iar altele 12 grame fiecare. Afișajul cântarului indică 886 grame.



Ceva nu este în regulă: sau cântarul este defect sau altceva. De ce oare?

37. Împreună cu 10 prieteni am mers la cofetărie. Le-am spus că eu voi plăti, deci să comande ce vor. Unii și-au luat suc cu 3 lei sticla, alții înghețată cu 6 lei bucata, dar nu am notat. Am luat și câteva pizza cu 12 lei bucata. Când să achit, am dat 150 lei și am primit rest 38 lei. „Nu se poate, ați greșit!”, am spus. Cum mi-am dat seama de greșală?