

1. Punctul. Dreapta. Planul. Relații între puncte și drepte

Mai jos, în *Figura 1*, este redată o hartă care conține o parte a rețelelor de distribuție a curentului electric din România. În *Figura 2* a fost extrasă doar o porțiune a acestei hărți, iar localitățile au fost notate cu litere.

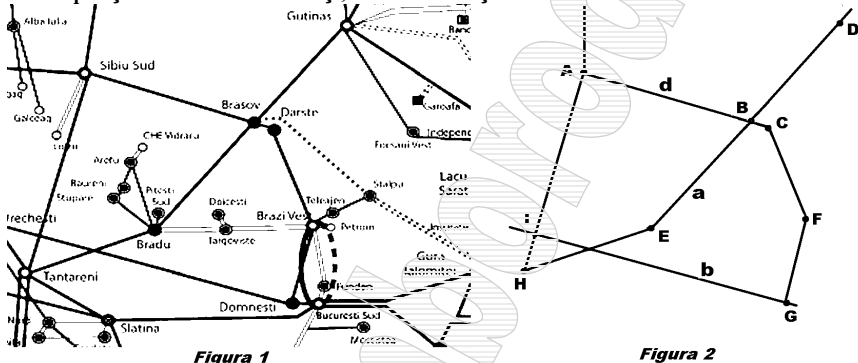


Figura 1

Figura 2

Sursa hărții: <http://storage0.dms.ro/interactiv.ro/media/401/781/11046/9808602/1/untitled.jpg>

Localitățile A, B, C, ... vor fi **puncte**, cu condiția să ni le imaginăm fără lungime și fără lățime. Liniiile a, b, d, ... sunt **drepte**, dar trebuie să ni le imaginăm infinite și "foarte subțiri", ca și cum nu ar avea grosime.

Coala (sau monitorul) pe care se află desenul va reprezenta **planul**; trebuie să ne imaginăm că este infinit și că nu are grosime.

Așadar, punctele se notează cu litere mari. Acestea pot fi urmate de indici sau de apostrofuri.

Ex. A_1 (se citește "A indice unu" sau, pe scurt, "A unu"), M' (se citește "M prim"), D'' (se citește "D secund"), L''' (se citește "L terț").

Punctul va fi reprezentat așa: •. Uneori, este reprezentat așa: X

Ex. În figura alăturată sunt reprezentate trei puncte: „A indice patru”, „C prim” și „E secund”. A_4 C' E''

Dacă două (sau mai multe) puncte sunt diferite, mai spunem că sunt puncte **distincte**.

Dacă două (sau mai multe) puncte sunt unul și același, vom spune că sunt puncte **identice** (sau confundate).

Dreptele se notează prin litere mici, eventual urmate de indici.

Ex. a, d_1 (d indice unu), d' (d prim).

Dacă un punct se află pe o dreaptă, vom spune că punctul **aparține** dreptei și vom folosi simbolul \in („aparține”), întâlnit la mulțimi. Dacă punctul nu este situat pe dreaptă, vom spune că punctul **nu aparține** dreptei și vom folosi simbolul \notin („nu aparține”).

Ex. În *Figura 2*, avem $B \in d$ și $B \notin b$.

Facultativ Pentru detalii accesați <https://www.geogebratube.org/student/m144398>

Având date două puncte diferite, să zicem P și M, putem trasa o singură dreaptă care să le conțină. Mai spunem că două puncte distincte determină o singură dreaptă.

Această dreaptă se mai notează PM.

Atenție! Prin „dreapta PM” nu trebuie înțeleasă

doar porțiunea situată între P și M. De exemplu, în *Figura 2*, avem $C \in AB$.

Observație Notățiile AB și BA reprezintă aceeași dreaptă.



Dacă trei sau mai multe puncte aparțin unei drepte, vom spune că punctele sunt **coliniare**. Dacă trei sau mai multe puncte nu aparțin unei drepte, vom spune că punctele sunt **necoliniare**.

Ex. În *Figura 2*, punctele D, B și E sunt coliniare (deoarece toate aparțin dreptei *a*), iar punctele A, B, E sunt necoliniare.

Dacă două drepte diferite au un punct comun (altfel spus, dacă „se întâlnesc”) vom spune că aceste drepte se **intersectează** sau că sunt **concurrente**. Punctul lor comun (în alte cuvinte, punctul în care „se întâlnesc”) se va numi **punct de intersecție** sau **punct de concurență**.

Dacă două drepte se află într-un plan și nu sunt concurrente, spunem că dreptele sunt **paralele**.

Ex. În *Figura 2*, dreptele *a* și *d* sunt concurrente în punctul B, iar dreptele *d* și *b* sunt paralele (observați că, oricât le-am prelungi, ele nu se intersectează).

Având două drepte *a* și *b* concurrente în punctul P, pentru scrierea prin simboluri putem utiliza semnul „ \cap ” (simbolul operației de intersecție a mulțimilor), astfel: $a \cap b = \{P\}$.

Dacă două drepte d_1 și d_2 sunt paralele, avem notația $d_1 \parallel d_2$. În cazul în care dreptele sunt în același plan, faptul că acestea sunt paralele este totuna cu $d_1 \cap d_2 = \emptyset$.

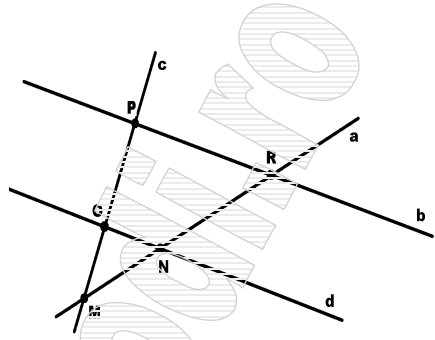
Ex. În *Figura 2* se poate scrie $AC \cap DE = \{B\}$ și totodată $AB \parallel GI$.

Facultativ Pentru detalii accesați <https://www.geogebratube.org/student/m144419>

În geometrie sunt des folosite simboluri întâlnite la capitolul „Mulțimi” deoarece orice figură geometrică este, de fapt, o mulțime ale cărei elemente sunt puncte.

Exerciții și probleme

1. În deșertul de lângă localitatea Nazca din Peru au fost descoperite în 1927 niște desene de foarte mari dimensiuni. În figura alăturată este schițată o parte a acestora. Care din următoarele afirmații sunt adevărate și care sunt false?

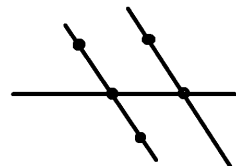


- a) $M \in b$; b) $P \notin a$; c) $b \parallel c$
- d) Punctele P, O, M sunt coliniare
- e) Dreptele a și d sunt concurente; f) Punctele R și N sunt distincte;
- g) $PO \cap NR = \{M\}$; h) $b \cap d = \Phi$; i) $M \notin OP$; j) $R \in NM$.

2. Utilizând desenul de mai sus, răspundeți la următoarele întrebări:

- a) Care este o altă notație pentru dreapta b ?; b) Care drepte sunt paralele?;
- c) Căror drepte le aparține punctul N ?; d) Cu care drepte este concurentă dreapta PO ?;
- e) Care drepte sunt concurente în punctul P ?;
- f) Pentru ca afirmația „ $N \in \dots$ ” să fie adevărată, ce se poate scrie în spațiul punctat?;
- g) În câte moduri pot fi alese patru puncte necoliniare, astfel încât trei dintre acestea să fie coliniare?

3. În desenul alăturat sunt puse în evidență trei drepte și cinci puncte, dar s-au „pierdut” notațiile. Reconstituiți notațiile, astfel încât să fie adevărate simultan următoarele propoziții:

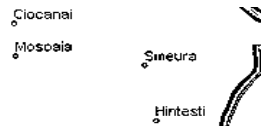


- 1. Dreptele BC și AE sunt paralele
- 2. $A \notin CE$
- 3. Punctele M, C, B sunt coliniare
- 4. Dreptele MB și CE sunt concurente

4. Realizați o figură care să conțină dreptele d_1, d_2, d_3 și punctele P', P'' , astfel încât să fie respectate toate cerințele de mai jos:

$d_3 \cap d_2 = \{P''\}$; $P' \in d_2$; $d_1 \parallel d_3$; $P' \in d_1$

5. a) Imaginea alăturată este un fragment din harta județului Argeș. Câte drumuri (drepte) ar trebuie construite astfel încât între oricare din cele patru sate să fie drumuri directe?



b) Având date cinci puncte astfel încât oricare trei din ele să fie necoliniare, câte drepte sunt determinate de câte două din ele? Întocmiți un desen, notând punctele A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 .

6. a) La un campionat de șah au participat 15 concurenți. Fiecare dintre ei a jucat câte o partidă cu fiecare din ceilalți.

Câte partide s-au jucat?

b) La o masă rotundă sunt 12 scaune, iar locul fiecărui scaun a fost marcat pe conturul mesei printr-un punct.

Cu raționamentul folosit la rezolvarea problemei de mai sus, aflați câte drepte sunt determinate în total de către cele 12 puncte.

7. Punctele distincte M , N și dreptele a , b sunt în așa fel încât $M \in a$, $M \in b$, $N \in a$, $N \in b$. Ce se poate spune despre dreptele a și b ?

8. Reprezentați o figură care să conțină dreptele d_1 , d_2 , d_3 și punctele A , M , L , astfel încât să fie respectate simultan cerințele:

a) $d_1 \parallel d_2$; b) $A \in d_2$; c) Punctele A , M , L coliniare; d) $d_3 \cap d_2 = \{M\}$.

Facultativ: Accesați <https://www.geogebra.org/student/m144489>

9. Fie o dreaptă oarecare d . Ce se obține efectuând intersecția $d \cap d$? Dar dacă se efectuează reuniunea $d \cup d$?

10. Punctele R , S , T sunt coliniare.

a) În câte moduri poate fi notată dreapta care conține aceste puncte?

b) Efectuați $RS - RT$.

11. Punctele A , B , C sunt coliniare, iar punctul $D \notin BC$. Care este punctul de concurență al dreptelor DA și BC ?

12. Desenați dreptele a , b , c , care să fie concurente în punctul H . Apoi reprezentați punctele $D \in c$ și $E \in b$, astfel încât $DE \parallel a$.

13. În zona Digului din municipiul Arad, se găsesc patru străzi: Abrud, Stânjeneț, Vrancei, Renașterii, așa cum se vede în imaginea alăturată. Patru prieteni, Adi, Mia, Fane și Eva locuiesc în această zonă. Iată ce spune fiecare din ei:

Adi: Stau pe aceeași stradă cu Fane

Mia: Strada mea este paralelă cu a lui Fane și nu stau pe Strada Stânjeneț

Fane: Nu stau pe Strada Abrud

Eva: Strada mea se intersectează cu strada pe care stă Mia.

Știind că Adi nu stă pe Strada Vrancei, deduceți pe ce stradă stă fiecare.

Sursa hărții: http://banat-crisana.romaniaexplorer.com/img_1194354358_16679_1200586691.jpg

