Concurs RMCS 2010 , Barem de corectare Clasa a VI a

1)	a) notăm numerele alese cu a, b, c, d, e şi presupunem că toate sunt cel puţin egale cu 403; deducem: $a+b+c+d+e\geq 5\cdot 403=2015>2010=a+b+c+d+e$ (4 puncte) b) presupunând că oricare trei dintre numere au suma cel mult egală cu 1205 Deducem: $\begin{cases} a+b+c\leq 1205\\ a+b+d\leq 1205\\ \dots\dots\dots\dots\\ c+d+e\leq 1205\end{cases}$ de unde: $6(a+b+c+d+e)\leq 10\cdot 1205\Rightarrow a+b+c+d+e<2008$, Contradicţie cu ipoteza , ...(3 puncte)
2)	$\dfrac{p}{q+1}=\dfrac{p+n}{q+n+1}=\dfrac{p+n-p}{q+n+1-q-1}=1$ .... (3 puncte) Deducem că: $p=q+1$, deci p şi q au parităţi diferite, indiferent cât este numărul natural n ....(2 puncte) Cum numerele sunt prime, obţinem : $p=3,q=2$ .... (2 puncte)
3)	a) Triunghiul OAB este isoscel dacă şi numai dacă $\dfrac{OA}{OB}=1$, unde $A=A_i$, $B=B_k$; ajungem astfel la $\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{OA_i}{OB_k}=\dfrac{a\cdot i}{b\cdot k}=1$; e suficient să luăm $i=b$ şi $k=a$. Avem astfel: $OA=ab=OB$. (4 puncte) b) E suficient să luăm, de exemplu, A şi C astfel încât $OC=2OA$, la fel: $OD=2OB$. Deducem imediat: $\Delta OAD\equiv\Delta OBC$ $(L.U.L.)$ (3 puncte)
4)	Deosebim cazurile (oricare dintre aceste cazuri tratate corect aduce **7 puncte**) a) $B\in Int\left(\sphericalangle MON\right)$. Consider semidreapta opusă lui (ON ca fiind (OP. Pentru uşurinţa scrierii renunţ la măsuri şi notez $\sphericalangle AOE=x=\sphericalangle EOM, \sphericalangle NOF=\sphericalangle FOB=y$ şi $\sphericalangle BOM=z$. Observăm că $z=90^o-2y$ Cum P,O,N sunt coliniare avem: $\sphericalangle AOP=\sphericalangle NOB=2y$ (opuse la vârf) şi deducem: $\sphericalangle AOM=2x=90^o+2y$, de unde $\sphericalangle AOE=\sphericalangle MOU=x=45^o+y$ Ajungem în sfârşit la: $\sphericalangle EOF=x+y+z=\left(45^o+y\right)+\left(90^o-2y\right)+y=135^o$. b) $A\in Int\left(\sphericalangle MON\right)$. Păstrez notaţiile şi în plus: $\sphericalangle AON=t$. Avem: $t+2x=90^o$, $2y+t=180^o\Rightarrow 2x+2y+2z=270^o$, deci $\sphericalangle EOF=x+y+z=135^o$. c) Dacă A şi nici B nu sunt în interiorul unghiului MON , dar $A\in Int\left(\sphericalangle POM\right)$ avem: $2x+2y+90^0=180^0$, de unde imediat avem: $\sphericalangle EOF=x+y+90^o=135^o$ d) Dacă A şi nici B nu sunt în interiorul unghiului MON , dar $B\in Int\left(\sphericalangle POM\right)$, avem: $\sphericalangle EOF+x-t=y$ (1) , $z+t=90^o$ (2) , $z+x=y+\sphericalangle EOF$ (3) Egalitatea (1) devine astfel: $\sphericalangle EOF+x-90^o+z=y$ sau $\sphericalangle EOF+y+\sphericalangle EOF-90^o=y\Rightarrow\sphericalangle EOF=45^o$