

# FRACȚII ALGEBRICE

- 1) Așătiati că numărul  $x = \frac{10^m + 8}{9}$ , unde  $m \in \mathbb{N}$ , este natural. (30, 52, 187; Et. l., V, TL 85)
- 2) Așătiati că funcția  $\frac{2m+1}{m^2+m}$  este ireductibilă, pt. orice  $m \in \mathbb{N}^*$ . (30, 52, 188; Et. l., V, CL 85)
- 3) Determinați numărul prim  $p$  pt. care  $\frac{3^m}{p+1}$  este natural,  $m \in \mathbb{N}$ . (30, 60, MII 6, Et. mun., V, B 90)
- 4) Simplificați funcția  $\frac{4^m + 2^m}{4^m + 3 \cdot 2^m}$ ,  $m \in \mathbb{N}^*$ . (30, 52, MII c, col.)
- 5) Se dă funcția ireductibilă  $\frac{a}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{N}^*$ ). Așătiati că funcția  $\frac{a+b}{a}$  este, de asemenea, ireductibilă. (30, 63, 2; Et. jud., VI, BR 86)
- 6) Să se calculeze  $\left(\frac{2}{3}\right)^k : \frac{2^{k+1} + 6^{k+1}}{3^{k+1}(1+2^{k+1})}$ , unde  $k \in \mathbb{N}^*$ . (30, 87, 35; Et. locală, VI, DJ, 85)
- 7) Este numărul  $\frac{2^{n+1} \cdot 3^m + 2^m \cdot 3^{m+1} + 6^{m+1}}{2^{n+1} \cdot 3^{m+1} + 5 \cdot 6^m}$  natural pentru orice  $n \in \mathbb{N}$ ? (select. lot V, 886)
- 8) Stabilitate dacă funcția  $\frac{2m+1}{5m+3}$ ,  $m \in \mathbb{N}$ , este ireductibilă. (Et. jud. V, AH 87)
- 9) Stabilitate dacă funcția  $\frac{7m+12}{3m+5}$  este ireductibilă, pentru orice  $m \in \mathbb{N}$ . (select. lot V, B 87)
- 10) Fie  $a, b, c \in \mathbb{N}$ . Așătiati că dacă  $\frac{a+b}{b+c} = \frac{b+c}{c+a} = \frac{c+a}{a+b}$ , atunci  $a=b=c$  și reciproc. (Et. jud. VI, UL 87)
- 11) Să se simplifice funcția 
$$F(x) = \frac{2(x-3)^2 + (2x-5)(2x+5) - 21x^2 + 30x + 10}{9x^2 + 1 - 6x - 4}$$
 (Et. jud. VII, BU 87 p)
- 12) Se dă funcția  $F(a,b) = \frac{a^2 + b^2 + 2ab + 1 - 2a - 2b}{a^2 - 1 + 2ab + b^2}$   
 a) Să se simplifice funcția;  
 b) Să se calculeze  $F(a,b)$ , dacă  $a, b \in \mathbb{N}$ , știind că  $a, b$  au media aritmetică 5. (Et. jud. VII, HR 87)
- 13) Fie funcția  $F(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 3}$ . Să se afle  $x \in \mathbb{Z}$  pentru care  $F(x) \in \mathbb{Z}$ . (Et. jud. VII, BC 87 parțial)
- 14) Fie funcția  $F(x) = \frac{x^{15} + x^9 + x^3 - x^2 - x - 1}{x^9 + x^8 + x^7 - x^2 - x - 1}$ . a) Să se simplifice  $F(x)$ ; b) calculați  $F(a)$  atunci când  $\frac{a^2 + a + 1}{a^8} = 1$ . (Et. jud. VII, HD 87)
- 15) Se dă funcția  $F = \frac{a^8 + 2a^7b + a^6b^2 - a^2b^6 - 2ab^7 - b^8}{a^5 + 2a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 - 2ab^4 - b^5}$   
 a) Să se simplifice; b) așătiati că dacă  $a+b=1$ ,  $a, b \in \mathbb{Z}_+$ , atunci  $F \geq 1/4$ . (Et. jud. VIII, BR 87)
- 16) Fie  $a, b, c \in \mathbb{N}$ , distincte și  $n \geq 2$ . Așătiati că  $(1 - \frac{1}{a^2})(1 - \frac{1}{b^2})(1 - \frac{1}{c^2}) \geq \frac{1}{2}$ . (Et. exp. VIII, BC 87)