



**Olimpiada Națională de Matematică**  
**- etapa locală - 13.02.2010**  
**Clasa a VII-a**

Varianta 1

**SUBIECTE:**

1. Arătați că numere reale  $x$  și  $y$  astfel încât  $4x^2 + 9xy + 5y^2 = 0$  atunci  $\frac{2x+3y}{3x+4y} \in \mathbb{N}$ .

*Prof. Ion Angela, Școala 6 - Pitești*

2. Fie numerele raționale  $a, b, c$  astfel încât  $\frac{3a}{b+5c} = \frac{b}{3a+5c} = \frac{5c}{3a+b}$ .

Calculați  $\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{5c}\right)(2a+b+5c)$ .

*prof. Antonescu Liliana, Șc. "Liviu Rebreanu" Mioveni*

3. Dacă  $a, b, c$  sunt numere naturale nenule și  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ , arătați că

$$a\sqrt{bc} + b\sqrt{ca} + c\sqrt{ab} \leq abc.$$

*G.M. 5/2009*

4. Fie triunghiul  $ABC$  și punctul  $D \in [BC]$ . Demonstrați că

$$AB \cdot DC + AC \cdot BD \geq AD \cdot BC.$$

*Virginia Tică și Vasile Tică, Câmpulung*

**Notă:**

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.