Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

13 februarie 2010

Clasa a V-a

Problema 1. Se consideră numerele naturale a, b, c care verifică egalităţile: $a\cdot c+b\cdot c=a\cdot b+b^2$ şi $a+b=2010$.

a) Să se compare numerele b şi c;

b) Să se calculeze $2\cdot a+b+c$;

c) Să se calculeze $\left(a^2+a\cdot b+b^2\right)\cdot\left(b^2-c^2\right)\cdot\left(c^2+a^2\right)$.

Gusta Constanţa, profesor, Galaţi

Problema 2. Să se determine numerele naturale mai mici decât 5000, care au ultima cifră 7 şi sunt de forma 7^m+6^n, unde m, n sunt numere naturale.

Guiţă Visilina, profesor, Galaţi

Problema 3. Se consideră numerele naturale $m=2009^2+2009$ şi

$n=$ suma tuturor numerelor de forma $\overline{200c}^{2010}$, unde c este o cifră din sistemul de numeraţie zecimal.

a) Să se demonstreze că numerele m şi n se divid cu 5;

b) Să se determine cel mai mare număr natural k astfel încât numărul m să se dividă cu 7^k;

c) Să se determine câtul şi restul împărţirii numărului m la numărul 2747.

Duma Vasile, profesor, Galaţi

Problema 4.

a) Să se determine ultimele două cifre ale produsului $1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot 11\cdot 12\cdot 13$.

b) Notăm $a=1+1\cdot 2+1\cdot 2\cdot 3+1\cdot 2\cdot 3\cdot 4+\ldots+1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot 2009\cdot 2010$.

Să se demonstreze că numărul $a+2$ nu este pătrat perfect.

Romeo Zamfir, profesor, Galaţi

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.
Timp de lucru 3 ore.