



Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galați

13 februarie 2010

Clasa a VII-a

Problema 1. Știind că numărul rațional $r = \overline{0,abc(d)} + \overline{0,bad(c)} + \overline{0,cda(b)} + \overline{0,dcba}$ este fracție zecimală finită, să se demonstreze că $r \in \mathbb{N}$.

Viorica Bujor, profesor, Galați

Problema 2. Câte numere naturale de forma $A = \frac{7 \cdot n + 4}{5 \cdot n + 3} + \frac{13 \cdot m + 8}{5 \cdot m + 3}$, $m, n \in \mathbb{N}^*$, există?

Petre Bătrânețu, profesor, Galați

Problema 3. Să se compare numerele:

$$A = \frac{1}{502} + \frac{1}{503} + \dots + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1003} \quad \text{și} \quad B = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2005} - \frac{1}{2006}.$$

Romeo Zamfir, profesor, Galați

Problema 4.

a) În exteriorul triunghiului $\triangle ABD$ se construiesc:

$$AE \perp AB, [AE] \equiv [AB], AH \perp AD, [AH] \equiv [AD].$$

Fie $M \in [BE]$, $[MB] \equiv [ME]$, $N \in [DH]$, $[DN] \equiv [NH]$, $O \in [BD]$, $[OB] \equiv [OD]$ și $DE \cap BH = \{R\}$.

Să se demonstreze că: i) $BH \perp DE$, $[BH] \equiv [DE]$;

ii) $[OM] \equiv [ON]$ și $OM \perp ON$;

b) Pe laturile paralelogramului ABCD se construiesc în exteriorul acestuia

$$AE \perp AB, [AE] \equiv [AB], CF \perp CB, [CF] \equiv [CB], CG \perp CD, [CG] \equiv [CD] \quad \text{și} \\ AH \perp AD, [AH] \equiv [AD].$$

Dacă M, N, P, Q sunt mijloacele segmentelor $[BE]$, $[DH]$, $[DG]$ și respectiv $[BF]$, să se demonstreze că patrulaterul $MNPQ$ este pătrat.

Petre Bătrânețu, profesor, Galați

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.