



**Inspectoratul Școlar al Județului Prahova**  
**Olimpiada de matematică**  
**Etapa locală-13 februarie 2010**  
**Clasa a V-a**  
**Subiecte**

1. Fie mulțimea  $A = \{3, 7, 11, \dots\}$  cu elementele în ordine crescătoare și  $\text{card } A = 100$ .

- a) Este 231 element al mulțimii  $A$ ?
- b) Aflați cel mai mare element al mulțimii  $A$ .

G.M. 1/2009

2. Mulțimea  $M$  conține toate numerele naturale, scrise în baza 10, de forma  $\overline{abcd}$  cu proprietatea că suma  $S = 1 + 3 + 5 + \dots + \overline{abcd}$  dă restul  $\overline{abcd}$  la împărțirea cu  $10^4$ .

Care este numărul minim de numere pe care trebuie să le scoatem din mulțimea  $M$  pentru a fi siguri că cel puțin unul este divizibil cu 3?

Prof. Gheorghe Bumbăcea, Bușteni

3. a) Aflați valoarea maximă a lui  $n$ ,  $n \in \mathbf{N}$ , astfel încât  $230^n \mid 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2010$ .

b) Sa se scrie numărul 230 ca suma de trei pătrate perfecte

c) Sa se scrie numărul  $230^{2n+1}$ ,  $n \in \mathbf{N}$ , ca suma de trei pătrate perfecte și ca sumă de patru pătrate perfecte.

Prof. Viorica Preda, Prof. Adelina Apostol- Ploiesti

4. a) Sa se determine numărul numerelor de două cifre cu proprietatea că suma resturilor împărțirii fiecărui număr la 4, respectiv 6, este 6.

b) Sa se determine suma acestor numere.

Prof. Petre Nachilă, prof. Catalin Nachilă- Ploiesti

**SUCCES!**

**Notă:**

Timp de lucru : 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10



**Inspectoratul Școlar al Județului Prahova**  
**Olimpiada de matematică**  
**Etapa locală-13 februarie 2010**  
**Clasa a VI- a**  
**Subiecte**

1. Andrei vine la bazinul de înot la fiecare două zile. Roxana vine la fiecare cinci zile. Cristina vine la fiecare opt zile. Astăzi este sâmbătă și au venit toți trei.

- a) În ce zi a săptămânii se vor întâlni, pentru prima oară, iarăși cei trei: Andrei, Cristina și Roxana?
- b) Este posibil ca în timp de un an de zile să se mai întâlnească toți trei tot într-o sâmbătă? Justificați răspunsul.

Prof. Ioana Crăciun și prof. Gheorghe Crăciun, Ploiești

2. Fie  $d$  o dreaptă și  $A$  și  $B$  două puncte fixe, de o parte și de alta a dreptei  $d$ . Spunem că un punct  $M \in d$  are proprietatea  $p$  dacă  $[AM] \equiv [MB]$ . Demonstrați că dacă pe dreapta  $d$  există două puncte cu proprietatea  $p$ , atunci toate punctele dreptei au proprietatea  $p$ .

G.M. 4/2009

3. Aflați  $a \in \mathbf{N}$  știind că c.m.m.d.c. al numerelor  $5a+13$  și  $3a+5$  este  $a+1$

Prof. Gh. Achim, Mizil

4. Să se găsească numerele naturale  $a, b, c$  știind că au suma 120 și sunt direct proporționale cu trei numere prime consecutive.

Prof. Tatiana Pană-Ploiești

**SUCCES!**

**Notă:**

Timp de lucru : 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10



Inspectoratul Școlar al Județului Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-13 februarie 2010

Clasa a VII-a

Subiecte

1. Fie  $n$  un număr întreg negativ și  $E(x) = x + 3$ . Determinați valorile întregi ale lui  $n$  pentru care  $3\sqrt{3} - E(n) > 3 - E(n\sqrt{3})$ .

Prof. Maria și Anton Negrilă, Ploiești

2. Dacă  $a, b, c \in \mathbf{Q}$  astfel încât  $ab+bc+ca = 2010$ , arătați că

$$\sqrt{(2010+a^2)(2010+b^2)(2010+c^2)} \in \mathbf{Q}$$

Prof. Gheorghe Achim, Mizil

3. Fie  $ABC$  un triunghi echilateral  $ABC$ ,  $D \in BC$  astfel încât  $[DC] \equiv [BC]$  și  $E \in AC$  astfel încât  $[AE] \equiv [AC]$ . Dacă  $DE \cap AB = \{F\}$ , arătați că  $AB=3AF$ .

Gazeta Matematică 2009

4. Mediana  $[BM]$  ( $M \in AC$ ) a triunghiului ascuțitunghic  $ABC$  întâlnește paralela prin  $C$  la  $AB$  în  $E$ , iar mediana  $[BF]$  ( $F \in EC$ ) a triunghiului  $BCE$  intersectează pe  $AC$  în  $N$ .

a) Demonstrați că  $AECB$  este paralelogram.

b) Determinați raportul dintre aria triunghiului  $MNF$  și aria paralelogramului  $AECB$ .

Magdalena-Maria Georgescu, Mihail Focșeneanu, Ploiești

**SUCCES!**

**Notă:**

Timp de lucru : 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10



Inspectoratul Școlar al Județului Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-13 februarie 2010

Clasa a VIII-a

Subiecte

1. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația  $4m^2+4n= n^2+4m+11$ .

Gazeta Matematică, 2009

2. Arătați că numărul  $a= 9002010 \cdot 9002011 \cdot 9002012 \cdot 9002013 + 1$  este pătrat perfect.

Prof . Petre Burdușel, Ploiești

3. Fie ABCDEF un hexagon regulat de latură  $a$ , iar  $M \notin (ABC)$  situat pe mediatoarea segmentului  $[EC]$  astfel încât distanța de la  $M$  la  $EF$  este  $ME=a$ . Calculați distanța de la  $M$  la planul  $(ABC)$  și distanța de la  $M$  la dreapta  $AE$ .

Prof Ion Tomescu, prof Ion Lupea

4. În  $\triangle ABC$  isoscel ( $AB = AC$ ) punctul  $M$  este mijlocul medianei  $[AQ]$ ,  $Q \in (BC)$  iar  $AQ = BC = 12cm$ . Se notează cu  $P$  și  $R$  respectiv centrele cercurilor circumscrise triunghiurilor  $ABM$  și  $ACM$ . Pe perpendiculara în  $M$  pe planul  $(ABC)$  se ia punctul  $S$  astfel încât  $SM = 3cm$ .

a) Demonstrați ca  $PR \parallel BC$ .

b) Aflați măsura unghiului format de planele  $(SPR)$  și  $(ABC)$ .

c) Aflați distanța de la  $M$  la planul  $(SQR)$ .

Prof. Silvia și Ionel Brabeceanu, Plopeni

**SUCCES!**

**Notă:**

Timp de lucru : 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10