

ADMITERE ÎN TREAPTA I DE LICEU, IULIE 1979

Bucuresti

I. a) Să se arate că forma cea mai simplă la care poate fi adusă expresia

$$E(x) = \left(\frac{x^3 + 8}{x^3 - 8} + \frac{x}{x^3 + 2x + 4} - \frac{1}{x - 2} \right) \cdot \left(\frac{x^3}{x^3 - 4} - \frac{2}{2 - x} \right) \text{ este } E(x) = \frac{1}{x + 2}.$$

b) Să se afle valorile lui x pentru care $\frac{1}{x+2} > 1$.

c) Să se afle valorile lui $x \in \mathbb{Z}$ pentru care $E(x)$ ia valori întregi.

II. Să se reprezinte graficul funcției $f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{pentru } x \in (-\infty, 1) \\ -2x + 1 & \text{pentru } x \in [1, +\infty). \end{cases}$

III. Să se rezolve sistemul :

$$\begin{cases} \frac{2x - 3y}{5} - \frac{2y - 3x}{11} = \frac{112}{55}; \\ (x - 5)^2 - (3 - y)^2 = (x - y)(x + y) - 48. \end{cases}$$

IV. Un romb are diagonalele egale cu 8 cm și 6 cm. Să se afle volumul și aria corpului obținut prin rotirea completă a rombului în jurul unei laturi.

V. O piramidă $SABC$ are muchiile laterale egale și perpendiculare între ele ($SA \perp SB$; $SB \perp SC$; $SC \perp SA$). Știind că $SA = SB = SC = 3\sqrt{2}$ cm, să se determine aria totală și volumul piramidei.

Prahova

I. Să se rezolve ecuația

$$(2x - 1)(2x + 1) - (x - 2)^2 = 3(x + 1)^2 - 10.$$

II. Să se rezolve sistemul de inecuații :

$$2x > 4x - 6; 4x + 3 \geq 3x + 1.$$

III. Să se efectueze :

$$\left(\frac{a+1}{a-1} + \frac{a-1}{a+1} - 1 \right) : \left(\frac{4}{a^2 - 1} + 1 \right).$$

IV. Să se determine o fracție știind că dacă la numărător se adună 1 ea devine echilibrată, iar dacă se adaugă 2 la numitor se obține $1/2$.

V. O piramidă patrulateră regulată are latura bazei de 16 cm și înălțimea de 6 cm. La jumătatea înălțimii se duce un plan paralel cu baza. Să se afle :

a) Aria laterală și volumul piramidei.

b) Aria laterală și volumul trunchiului de piramidă obținut prin secționare.

I. a) Să se efectueze

$$(x^4 + 3x^3 - x - 3) : (x^2 + 2x - 3).$$

b) Să se rezolve sistemul :

II. O întreprindere livrează dintr-un număr de piese contractate, în prima zi jumătate din acest număr și încă 30 de piese, iar în ziua următoare jumătate din piesele rămase și încă 30 de piese. Știind că au rămas nelivrante 405 piese, să se afle numărul de piese contractate.

III. O piramidă are ca bază trapezul isoscel $ABCD$ cu bazele $AB = 20$ cm, $DC = 10$ cm și laturile $AD = BC = 13$ cm. Știind că înălțimea piramidei este $VD = 16$ cm, să se afle :

- Volumul piramidei.
- Lungimile muchiilor VA și VB .
- Distanța de la punctul V la dreapta AB .

Sibiu

I. Se dă expresia

$$E(a) = \left(\frac{3a+2}{3a^2+1} - \frac{18a^3-a-9}{9a^4-1} + \frac{3a-2}{3a^2-1} \right) : \frac{a^8+10a+25}{9a^4-1} .$$

- Să se aducă expresia la forma cea mai simplă.
- Pentru ce valori ale lui a expresia adusă la forma cea mai simplă nu are sens?
- Să se determine valorile lui a pentru care $E(a) \left(= \frac{1}{a+5} \right)$ este pozitivă.
- Să se determine valorile întregi ale lui a pentru care $E(a) \left(= \frac{1}{a+5} \right)$ este un număr întreg.

II. Într-un cilindru circular drept, raza bazei este de 2 cm, iar înălțimea este de 7 cm. Să se determine :

- Volumul cilindrului.
- Aria laterală a cilindrului.
- Aria totală a cilindrului.
- Raza unui cerc a cărui aria este echivalentă cu aria totală a cilindrului.

Constanța

I. Se dă ecuația :

$$\frac{x+a+1}{x+a} = \frac{x+a-1}{x-a} - \frac{a^2+1}{x^2-a^2} .$$

- Pentru ce valoare a lui a ecuația are rădăcina 4?
 - Pentru ce valoare a lui x ecuația în a are rădăcina 5?
- II.** Să se descompună în factori :

$$E_1 = (a^2 + b^2 - c^2)^2 - 4a^2b^2; E_2 = (b^2 + c^2 - a^2)^2 - 4b^2c^2;$$

$$E_3 = (c^2 + a^2 - b^2)^2 - 4a^2c^2 \text{ și să se arate că } E_1 = E_2 = E_3 .$$

III. O piramidă are ca bază un romb cu diagonala de 10 cm și 18 cm, iar înălțimea trece prin centrul bazei. Volumul piramidei este de 360 cm³. Se cer muchiile piramidei.

IV. Raza și generatoarea unui con sunt $R = 20$ cm, $G = 52$ cm. Tăiem conul cu un plan paralel cu baza astfel încit secțiunea să fie un cerc cu raza de 15 cm. Să se afle aria laterală și volumul conului mic care se formează astfel.

Arad

I. Să se efectueze $\left[\left(\frac{1+b}{1-b} - 2 + \frac{1-b}{1+b} \right) : \frac{4b}{1-b} + a \right] : \frac{1}{1+b} .$

II. Fie f și g două funcții polinomiale de gradul întii.

- Să se determine $f(x)$ și $g(x)$ știind că

$$\begin{cases} 2f(x+1) + g(x-1) = 2x + 14 \\ f(x+1) - 2g(x-1) = 6x - 18. \end{cases}$$

2) Să se reprezinte grafic funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, unde $f(x) = 2x$ și $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, unde $g(x) = -2x + 8$, apoi să se afle coordonatele punctului de intersecție a celor două grafice.

III. Fie o piramidă $VABC$ cu baza triunghiul isoscel ABC și înălțimea piramidei de 9 cm.

1) Dacă un unghi exterior al triunghiului ABC este de 120° și $AB = 12$ cm, să se calculeze volumul piramidei.

2) Dacă un unghi exterior al triunghiului ABC este de 150° și $AB = 12$ cm, să se calculeze volumul piramidei pentru toate cazurile posibile.

IV. Un coș de fabrică în formă de trunchi de con înalt de 30 m are diametrul exterior la bază 3,6 m, iar la vîrf 2,4 m.

Interiorul coșului are formă de cilindru drept cu diametru de 1,6 m. Să se afle masa coșului, știind că un metru cub de zidărie are 1800 kg.

Iifov

I. Să se efectueze :

$$\left(\frac{1}{2x-y} + \frac{3y}{y^2 - 4x^2} + \frac{2}{2x+y} \right) : \left(\frac{4x^2 + y^2}{4x^2 - y^2} + 1 \right).$$

II. Este posibil ca laturile triunghiului ABC , dreptunghic în A, să aibă expresiile :

$$AB = x + 1; AG = x\sqrt{3}; BC = 2x - 3?$$

Justificați răspunsul.

III. O piramidă patrulateră regulată cu latura bazei de 4 cm are toate fețele laterale triunghiuri echilaterale. Să se calculeze aria totală și volumul corpului considerat.

Maramureș

I. Să se rezolve ecuația : $\frac{7}{24} - \frac{13}{15} : \left(\frac{2x}{3} + \frac{4}{5} \right) = \frac{1}{4}; x \neq -\frac{6}{5}$.

II. Să se aducă la forma cea mai simplă expresia : $E(a, b) = \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b} + \frac{2a-b}{a^2+ab}$; $a \neq 0, a \neq -b$ și să se determine valoarea numerică pentru $a = 3$ și $b = -1$.

III. Un trapez isoscel cu baza mare de 20 cm, înălțimea de 4 cm și una din laturile neparalele de 5 cm se rotește în jurul bazei mari. Să se calculeze aria și volumul corpului astfel generat.

IV. Secțiunea axială a unui cilindru este un pătrat cu diagonala de $6\sqrt{2}$ cm. Să se calculeze volumul și aria laterală a cilindrului.