EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 11

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $2\cdot 10-10:(1+4)$ este egal cu … .

5p **2.** Dacă $\frac{2a}{9}=\frac{4}{3b}$, atunci numărul $a\cdot b-2$ este egal cu … .

5p **3.** Suma pătratelor numerelor întregi din intervalul $[-1,2)$ este egală cu … .

5p **4.** Pătratul $ABCD$ are latura de $5\,\text{cm}$. Perimetrul acestui pătrat este egal cu … cm.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o piramidă triunghiulară $VABC$ cu înălțimea VO. Unghiul dreptelor VO și AB are măsura de … °.

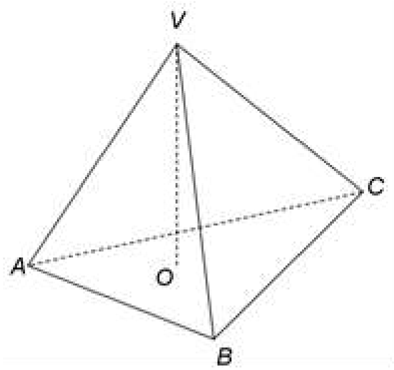
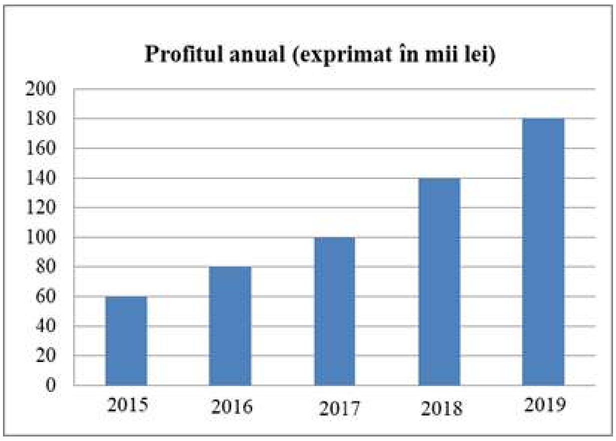


Figura 1

5p **6.** În diagrama de mai jos este prezentat profitul anual, exprimat în mii lei, realizat de o firmă în fiecare dintre ultimii cinci ani.



Conform informațiilor din diagramă, media profitului firmei, pentru ultimii cinci ani, este egală cu … mii lei .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$.

5p **2.** Determinați cea mai mare valoare pe care o poate lua numărul natural $N=\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}$, știind că a, b și c sunt cifre distincte.

5p **3.** Un turist a parcurs un traseu în trei zile. În prima zi turistul a parcurs 40% din lungimea traseului, în a doua zi turistul a parcurs $\frac{5}{6}$ din distanța rămasă de parcurs după prima zi, iar în a treia zi restul de 3 km. Calculați lungimea traseului parcurs în cele trei zile.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{12}}+\frac{3}{\sqrt{27}}+\frac{4}{\sqrt{48}}\right):\frac{2}{3}$ şi $b=\frac{\sqrt{26^2-10^2}}{\sqrt{20^2-16^2}}\cdot\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

5p **a)** Arătați că $a=2\sqrt{3}$.

5p **b)** Calculați $(a+b)|a-b|$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=x(3x-2)^2-2(x^2-2x)(3x-2)+x(x^2-4x+4)$, unde x este număr real. Arătați că, pentru orice număr real a, $E(-a)+E(a)=0$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB=10\sqrt{2}\,\text{cm}$, $BC=20\,\text{cm}$. Se consideră punctul E, mijlocul laturii BC și punctul F situat pe segmentul AE, astfel încât $BF\perp AE$.

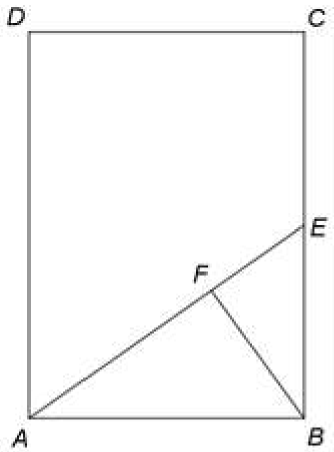


Figura 2

5p **a)** Arătați că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $200\sqrt{2}\ \text{cm}^2$.

5p **b)** Arătați că lungimea segmentului EF este egală cu $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm.

5p **c)** Demonstrați că punctele B, F și D sunt coliniare.

2. În *Figura 3* este reprezentat un tetraedru $ABCD$ cu $AB=AC=AD=10$ cm. Triunghiul BCD este echilateral, are perimetrul egal cu 30 cm, iar punctele M și N sunt mijloacele segmentelor BC, respectiv AD.

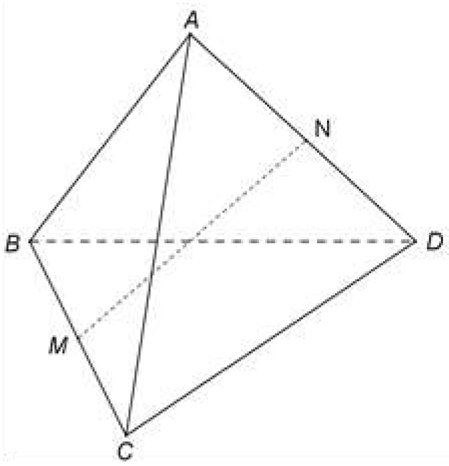


Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 30 cm.

5p **b)** Demonstrați că, dacă P este mijlocul segmentului BD, atunci dreapta MP este paralelă cu planul (ACD).

5p **c)** Demonstrați că unghiul dreptelor AB și MN are măsura egală cu $45°$.

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE **Test 11**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	18	**5p**
2.	4	**5p**
3.	2	**5p**
4.	20	**5p**
5.	90	**5p**
6.	112	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează trapezul isoscel	**4p**
	Notează trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$	**1p**
2.	$N=\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}=111(a+b+c)$	**2p**
	Cum a, b şi c sunt cifre distincte, cea mai mare valoare posibilă a sumei $a+b+c$ este 24, deci cea mai mare valoare pe care o poate lua numărul natural N este 2664	**3p**
3.	$\frac{40}{100}\cdot x+\frac{5}{6}\left(x-\frac{40}{100}\cdot x\right)+3=x$, unde x este lungimea traseului parcurs în cele trei zile	**3p**
	$x=30$ km	**2p**
4.	**a)** $a=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{2}{2\sqrt{3}}+\frac{3}{3\sqrt{3}}+\frac{4}{4\sqrt{3}}\right)\cdot\frac{3}{2}=$	**3p**
	$=4\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{3}{2}=2\sqrt{3}$	**2p**
	b) $b=\frac{\sqrt{24^2}}{\sqrt{12^2}}\cdot\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{24}{12}\cdot\frac{3\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$	**3p**
	$(a+b)\lvert a-b\rvert=\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)\left\lvert 2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right\rvert=\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}\right)=\left(3\sqrt{2}\right)^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2=6$	**2p**
5.	$E(x)=x(3x-2)^2-2x(x-2)(3x-2)+x(x-2)^2=x\left((3x-2)-(x-2)\right)^2=4x^3$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(-a)+E(a)=4(-a)^3+4a^3=-4a^3+4a^3=0$, pentru orice număr real a	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD}=AB\cdot BC=$	**3p**
	$=10\sqrt{2}\cdot 20=200\sqrt{2}\text{ cm}^2$	**2p**
	b) ΔABE este dreptunghic în B, deci $AE^2=AB^2+BE^2\Rightarrow AE=\sqrt{200+100}=10\sqrt{3}$ cm	**2p**
	ΔABE este dreptunghic în B şi $BF\perp AE\Rightarrow BE^2=EF\cdot AE$, deci $EF=\frac{100}{10\sqrt{3}}=\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm	**3p**
	c) AE este mediană în ΔABC şi, cum $F\in(AE)$ astfel încât $EF=\frac{1}{3}AE$, obţinem că punctul F este centrul de greutate al triunghiului ABC	**3p**
	BO este mediană în triunghiul ABC, unde $\{O\}=AC\cap BD$, deci $F\in(BO)$, de unde obţinem că punctele B, F şi D sunt coliniare	**2p**
2.	**a)** $3BC=30\text{ cm}\Rightarrow BC=10\text{ cm}$	**3p**
	$P_{\Delta ABC}=AB+AC+BC=30\text{ cm}$	**2p**
	b) M este mijlocul lui BC şi P este mijlocul lui BD, deci MP este linie mijlocie în ΔBCD	**2p**
	$MP\parallel CD$ şi $CD\subset(ACD)$, deci $MP\parallel(ACD)$	**3p**
	c) NP este linie mijlocie în ΔABD, deci $NP\parallel AB\Rightarrow m(\sphericalangle(AB,MN))=m(\sphericalangle(NP,MN))$	**2p**
	AM, DM sunt înălţimi în triunghiurile echilaterale ABC, respectiv BCD şi $BC=10$ cm, deci $AM=DM=5\sqrt{3}$ cm	**1p**
	MN este înălţime în triunghiul isoscel AMD, deci $MN=\sqrt{DM^2-DN^2}=5\sqrt{2}$ cm şi, cum $MP=NP=5$ cm, avem $MN^2=MP^2+NP^2$, adică ΔMNP este dreptunghic isoscel, de unde obţinem $m(\sphericalangle MNP)=m(\sphericalangle(NP,MN))=45^\circ$	**2p**