

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 14

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p** 1. Rezultatul calculului $(4+7) \cdot 6 - 2 \cdot 3$ este egal cu
- 5p** 2. Zece caiete de același fel costă în total 30 de lei. Șapte dintre aceste caiete costă în total ... lei.
- 5p** 3. Scrisă sub formă de interval, mulțimea $M = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 4\}$ este egală cu
- 5p** 4. Perimetrul unui romb este egal cu 48 cm . Lungimea laturii acestui romb este egală cu ... cm .
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentată o prismă triunghiulară cu baza triunghi echilateral. Unghiul dreptelor AB și $A'C'$ are măsura de ... ° .

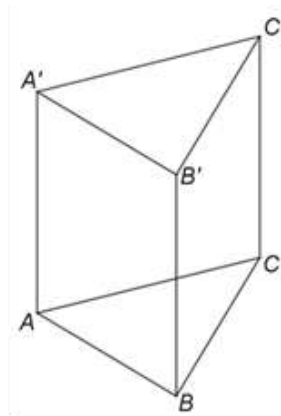
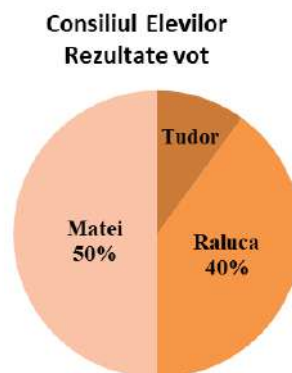


Figura 1

- 5p** 6. Rezultatele votului pentru alegerea reprezentantului consiliului elevilor unei școli sunt prezentate în diagrama de mai jos.



Conform informațiilor din diagramă, numărul elevilor din școală care au votat cu Matei este mai mare decât numărul elevilor care au votat cu Tudor de ... ori.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDEFGH$.
- 5p** 2. Determinați numerele naturale \overline{abc} cu $a < b < c$, știind că $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = 132$ și că b este media aritmetică a numerelor a și c .
- 5p** 3. Mihai a primit de la părinți o sumă de bani. După ce a cheltuit două cincimi din această sumă și apoi 25% din rest, lui Mihai i-au mai rămas 54 de lei. Calculați suma de bani pe care a primit-o Mihai de la părinți.

4. Se consideră numerele reale $x = (3\sqrt{20} - 2\sqrt{45} + \sqrt{405}) \cdot 0,3$ și $y = \left(\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}} + \frac{3\sqrt{15}}{\sqrt{20}} + \frac{\sqrt{189}}{\sqrt{28}} \right) : \frac{3}{\sqrt{3}} - |2\sqrt{5} - 5|$.

5p a) Arătați că $x = 3\sqrt{5}$.

5p b) Determinați numărul prim p , știind că numărul natural $N = (x + y)^{2020}$ este divizibil cu p .

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = 2(x+3)^2 - 3(x-1)(x+3) + (x-2)^2 - 31$, unde x este număr real. Calculați valoarea absolută a numărului $A = E(1) - E(2) + E(3) - E(4) + \dots + E(2019) - E(2020)$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În Figura 2 este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AD = 6$ cm și $AB = 16$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB , respectiv CD . Punctele E și F sunt situate pe segmentele BM , respectiv DN , astfel încât $EF \perp MN$ și $ME = NF = 6$ cm.

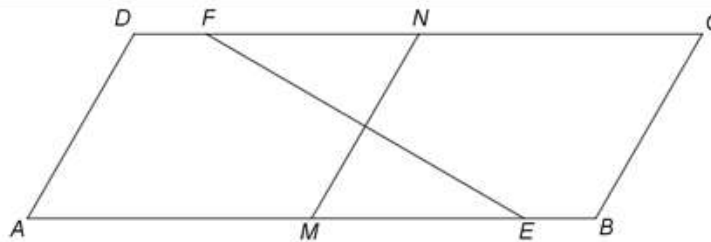


Figura 2

5p a) Arătați că perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu 44 cm.

5p b) Demonstrați că dreapta MN este mediatoarea segmentului EF .

5p c) Calculați aria paralelogramului $ABCD$.

2. În Figura 3 este reprezentată o piramidă triunghiulară $VABC$ cu baza triunghiul echilateral ABC , $AB = 12$ cm și înălțimea VO , unde punctul O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC . Punctul M este mijlocul segmentului BC și $VM = 6$ cm.

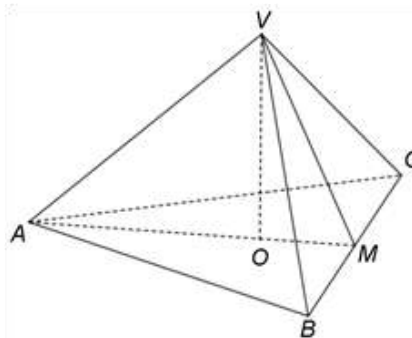


Figura 3

5p a) Arătați că $AM = 6\sqrt{3}$ cm.

5p b) Arătați că $AV \perp (VBC)$.

5p c) Demonstrați că tangenta unghiului dintre dreapta AM și planul (VBC) este egală cu $\sqrt{2}$.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	60	5p
2.	21	5p
3.	$[-3,4]$	5p
4.	12	5p
5.	60	5p
6.	5	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic Notează paralelipipedul dreptunghic $ABCDEFGH$	4p 1p
2.	$11(a+b+c)=132$, deci $a+b+c=12$ și, cum $b=\frac{a+c}{2}$, obținem $b=4$ și $a+c=8$ a, b și c sunt cifre, $a < b < c \Rightarrow a=1, c=7$ sau $a=2, c=6$ sau $a=3, c=5$, deci numerele sunt 147, 246 și 345	3p 2p
3.	$\frac{2}{5} \cdot x + \frac{25}{100} \cdot \left(x - \frac{2}{5} \cdot x\right) + 54 = x$, unde x este suma primită de Mihai de la părinți $\frac{2x}{5} + \frac{3x}{20} + 54 = x$, deci $x=120$ de lei	3p 2p
4.	a) $x = (6\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + 9\sqrt{5}) \cdot \frac{1}{3} = 9\sqrt{5} \cdot \frac{1}{3} = 3\sqrt{5}$	3p 2p
	b) $y = \left(2\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{15}}{2\sqrt{5}} + \frac{3\sqrt{21}}{2\sqrt{7}}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} - (5 - 2\sqrt{5}) = 5\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} - 5 + 2\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ $N = (3\sqrt{5} + 2\sqrt{5})^{2020} = (5\sqrt{5})^{2020} = 5^{3030}$ și, cum p este număr prim, obținem $p=5$	3p 2p
5.	$E(x) = 2(x^2 + 6x + 9) - 3(x^2 + 3x - x - 3) + x^2 - 4x + 4 - 31 = 2x^2 + 12x + 18 - 3x^2 - 6x + 9 + x^2 - 4x - 27 = 2x$, pentru orice număr real x $A = 2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 2 \cdot 4 + \dots + 2 \cdot 2019 - 2 \cdot 2020 = 2(1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 2019 - 2020) = 2((1 - 2) + (3 - 4) + \dots + (2019 - 2020)) = 2 \cdot (-1) \cdot 1010 = -2020$, deci valoarea absolută a numărului A este 2020	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $P_{ABCD} = 2(AB + AD) = 2(16 + 6) = 2 \cdot 22 = 44$ cm	2p 3p
	b) $ME = NF$ și $ME \parallel NF \Rightarrow MENF$ paralelogram MN trece prin mijlocul segmentului EF și $MN \perp EF$, deci dreapta MN este mediatoarea segmentului EF	2p 3p
	c) $MENF$ paralelogram și $MN \perp EF$, deci $MENF$ romb, de unde obținem $ME = NE = 6$ cm și, cum $MN = AD = 6$ cm, obținem că $\triangle MNE$ este echilateral Înălțimea triunghiului echilateral MNE este egală cu $3\sqrt{3}$ cm și $ABCD$ este paralelogram, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot d(N, AB) = 16 \cdot 3\sqrt{3} = 48\sqrt{3}$ cm ²	2p 3p
2.	a) $\triangle ABC$ este echilateral și M este mijlocul segmentului BC , deci $AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ cm	3p 2p
	b) O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC și $VO \perp (ABC)$, deci $AV = BV = CV$ și, cum $\triangle ABC$ este echilateral, obținem $\triangle VAB \equiv \triangle VBC \equiv \triangle VAC$ VM este mediană în $\triangle VBC$ și $VM = \frac{BC}{2} \Rightarrow BV \perp CV$, deci $AV \perp BV$, $AV \perp CV$ și, cum $BV \cap CV = \{V\}$, obținem $AV \perp (VBC)$	2p 3p
	c) $AV \perp (VBC) \Rightarrow \sphericalangle(AM, (VBC)) = \sphericalangle(AM, VM) = \sphericalangle AMV$ $AV \perp (VBC) \Rightarrow AV \perp VM \Rightarrow AV = \sqrt{AM^2 - VM^2} = 6\sqrt{2}$ cm, deci $\text{tg}(\sphericalangle AMV) = \frac{AV}{VM} = \sqrt{2}$	2p 3p