EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 15

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $35-35:(2+5)$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Numărul care reprezintă un sfert din 20 este egal cu $\dots$.

5p **3.** Cel mai mare număr natural, care este multiplu de 20, din mulțimea $A=\{10,20,30,\dots,90\}$ este $\dots$.

5p **4.** Un cerc are lungimea egală cu 12π cm. Diametrul acestui cerc este egal cu $\dots$ cm.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=5$ cm. Lungimea segmentului BB' este egală cu $\dots$ cm.

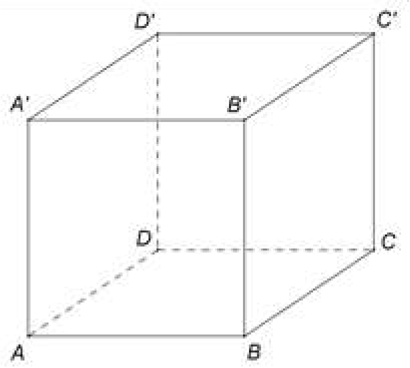

Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este prezentată repartiţia elevilor unei clase a VIII-a, în funcție de mediile obținute la matematică, pe semestrul I.

Media	4	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	1	4	5	7	6	5	2

Conform informațiilor din tabel, numărul elevilor din această clasă care au obținut la matematică, pe semestrul I, cel puțin media 9 este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un tetraedru $ABCD$.

5p **2.** Determinați numărul natural a, știind că restul împărțirii numărului $\overline{33a}$ la un număr natural de o cifră este egal cu 8.

5p **3.** Media aritmetică a două numere naturale este egală cu 12. Determinaţi cele două numere, ştiind că unul dintre numere este de trei ori mai mare decât celălalt.

4. Se consideră numerele reale $x=7\sqrt{24}-3\sqrt{3}\left(8\sqrt{3}-2\left(4\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)\right)$ și $y=\left(\frac{7}{6\sqrt{2}}-\frac{5}{3\sqrt{2}}+\frac{3}{4\sqrt{2}}\right):\frac{1}{\sqrt{288}}$.

5p **a)** Arătați că $x=2\sqrt{6}$.

5p **b)** Demonstrați că $\left|x-y\sqrt{3}\right|=-x+y\sqrt{3}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x-1)^2-3(x-2)(x+1)+(x+1)^2-x-8$, unde x este număr real. Demonstrați că, pentru orice număr real nenul a, media geometrică a numerelor $E(a)$ și $E\left(\frac{1}{a}\right)$ este număr natural.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB = 12$ cm și punctul D este situat pe dreapta BC astfel încât $BC = 2BD$ și $B \in (CD)$. Semidreapta BM, $M \in AD$, este bisectoarea unghiului ABD și N este punctul de intersecție dintre AB și paralela prin M la BC.

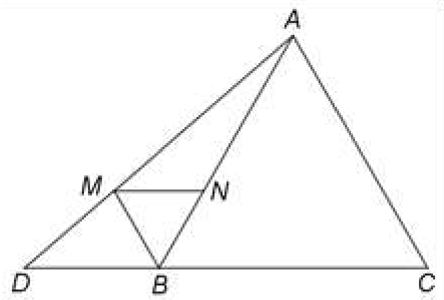

Figura 2

5p **a)** Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $36\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că triunghiurile BMN și ABC sunt asemenea.

5p **c)** Arătați că distanța de la B la AD este egală cu $\dfrac{6\sqrt{21}}{7}$ cm.

2. În *Figura 3* este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB = 10$ cm și dreptele AM, BN și CP, perpendiculare pe planul (ABC), astfel încât $AM = 10\sqrt{3}$ cm, $BN = 5\sqrt{3}$ cm și $CP = 5\sqrt{3}$ cm, iar punctele M, N și P sunt de aceeași parte a planului (ABC).

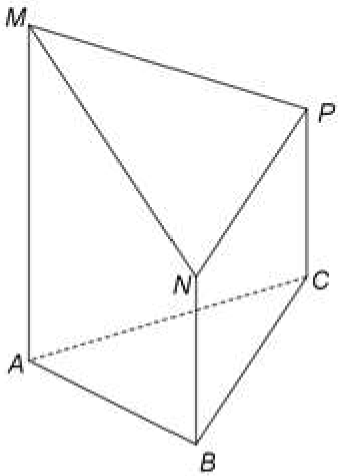

Figura 3

5p **a)** Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 30 cm.

5p **b)** Demonstrați că dreapta BC este paralelă cu planul (ANP).

5p **c)** Determinați distanța de la punctul A la planul (MNP).

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE **Test 15**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	30	**5p**
2.	5	**5p**
3.	80	**5p**
4.	12	**5p**
5.	5	**5p**
6.	7	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează tetraedrul	**4p**
	Notează tetraedrul $ABCD$	**1p**
2.	Împărțitorul este număr natural de o cifră și restul este 8, deci împărțitorul este 9	**2p**
	$330 \le \overline{33a} \le 339$ și $\overline{33a} = 9C + 8$, unde C este câtul împărțirii, deci $C = 36$, de unde obținem $a = 2$	**3p**
3.	Media aritmetică a numerelor este $\frac{x+3x}{2} = 12$, unde x este numărul mai mic	**2p**
	Cum $4x = 24$, obţinem $x = 6$, deci cele două numere sunt 6 și 18	**3p**
4.	**a)** $x = 14\sqrt{6} - 3\sqrt{3}\left(8\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 4\sqrt{2}\right) =$	**3p**
	$= 14\sqrt{6} - 12\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$	**2p**
	b) $y = \left(\frac{7\sqrt{2}}{12} - \frac{5\sqrt{2}}{6} + \frac{3\sqrt{2}}{8}\right) \cdot 12\sqrt{2} = \frac{14\sqrt{2} - 20\sqrt{2} + 9\sqrt{2}}{24} \cdot 12\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{24} \cdot 12\sqrt{2} = 3$	**3p**
	$\left\|x - y\sqrt{3}\right\| = \left\|2\sqrt{6} - 3\sqrt{3}\right\|$ și, cum $2\sqrt{6} = \sqrt{24} < \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \Rightarrow \left\|2\sqrt{6} - 3\sqrt{3}\right\| = -2\sqrt{6} + 3\sqrt{3}$, obținem $\left\|x - y\sqrt{3}\right\| = -x + y\sqrt{3}$	**2p**
5.	$E(x) = 4x^2 - 4x + 1 - 3\left(x^2 + x - 2x - 2\right) + x^2 + 2x + 1 - x - 8 =$ $= 4x^2 - 4x + 1 - 3x^2 + 3x + 6 + x^2 + 2x + 1 - x - 8 = 2x^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$m_g = \sqrt{E(a) \cdot E\left(\frac{1}{a}\right)} = \sqrt{2a^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{a^2}} = \sqrt{4} = 2$, care este număr natural	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{12^2\sqrt{3}}{4} =$	**2p**
	$= \frac{144\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**3p**
	b) $m(\sphericalangle ABC) = 60° \Rightarrow m(\sphericalangle ABD) = 120°$ și, cum semidreapta BM este bisectoarea unghiului ABD, obținem $m(\sphericalangle ABM) = 60°$	**2p**
	$\sphericalangle MNB$, $\sphericalangle ABC$ sunt alterne interne, $MN \parallel BC$, secanta AB, deci $m(\sphericalangle MNB) = 60° \Rightarrow \Delta BMN$ este echilateral, deci $\Delta BMN \sim \Delta ABC$	**3p**
	c) $BD = 6\,\text{cm}$, $AE = 6\sqrt{3}\,\text{cm}$, unde E este mijlocul laturii BC și, cum ΔAED este dreptunghic, obținem $AD = 6\sqrt{7}\,\text{cm}$	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABD} = \frac{AE \cdot BD}{2} = \frac{d(B, AD) \cdot AD}{2}$, deci $d(B, AD) = \frac{AE \cdot BD}{AD} = \frac{6\sqrt{3} \cdot 6}{6\sqrt{7}} = \frac{6\sqrt{21}}{7}$ cm	**3p**
2.	**a)** $P_{\Delta ABC} = 3AB =$	**2p**
	$= 3 \cdot 10 = 30$ cm	**3p**
	b) $BN \perp (ABC)$, $CP \perp (ABC) \Rightarrow BN \parallel CP$ și, cum $BN = CP$, obținem $BCPN$ paralelogram	**2p**
	$BC \parallel NP$ și $NP \subset (ANP)$, deci $BC \parallel (ANP)$	**3p**
	c) $AE \perp NP$, unde $E \in NP$ și, cum $\Delta ABN \equiv \Delta ACP \Rightarrow AN = AP$, obținem că E este mijlocul segmentului NP	**1p**
	D și Q sunt mijloacele segmentelor BC și AM, deci $AD = 5\sqrt{3}$ cm, de unde obținem că $ADEQ$ este pătrat și ΔMEQ este dreptunghic isoscel, deci $m(\sphericalangle AEM) = 45° + 45° = 90°$	**2p**
	$AE \perp NP$, $AE \perp ME$ și $NP \cap ME = \{E\} \Rightarrow AE \perp (MNP) \Rightarrow d(AE, (MNP)) = AE = 5\sqrt{6}$ cm	**2p**