

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 6

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $(35 - 35 : 7) \cdot 3$ este egal cu
- 5p 2. Numărul care reprezintă două treimi din 60 este egal cu
- 5p 3. Cel mai mic număr din mulțimea $A = \left\{ 0, \frac{2}{3}, -\frac{3}{2}, -4, \frac{5}{3} \right\}$ este
- 5p 4. Triunghiul dreptunghic ABC are catetele $AB = 12\text{cm}$ și $AC = 10\text{cm}$. Aria acestui triunghi este egală cu ... cm^2 .
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDEFGH$. Măsura unghiului dreptelor BF și EG este egală cu ...°.

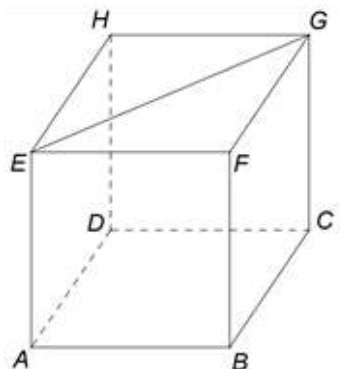
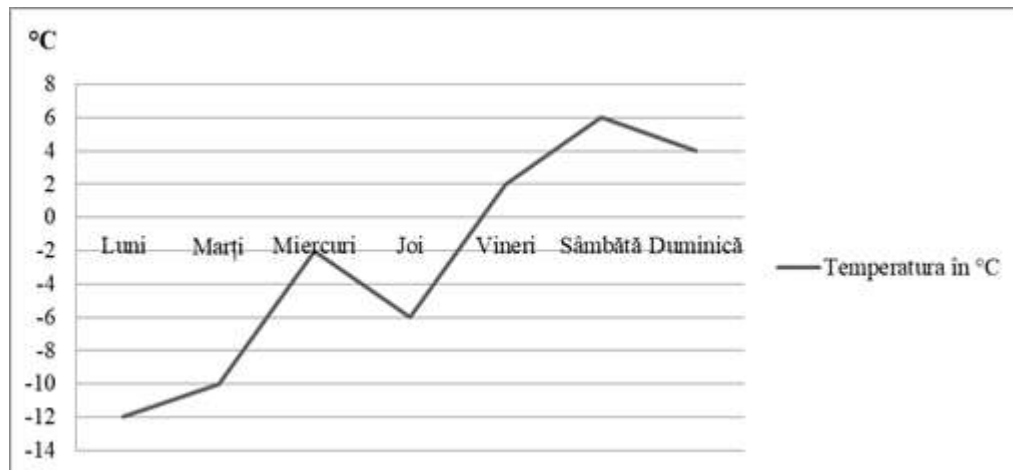


Figura 1

- 5p 6. În diagrama următoare sunt prezentate informații despre temperatura, în °C, înregistrată în fiecare dintre zilele unei săptămâni.



Conform informațiilor din diagramă, diferența dintre temperatura înregistrată sâmbătă și cea înregistrată marți este egală cu

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un triunghi isoscel ABC , dreptunghic în A .
- 5p 2. Numerele naturale a, b, c sunt direct proporționale cu 2, 3, 5. Determinați numerele a, b și c , știind că $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 126$.
- 5p 3. Dublul unui număr real este cu 6 mai mare decât jumătatea acestui număr. Determinați acest număr.

4. Se consideră numerele reale $x = \left(\frac{2}{\sqrt{12}} + \frac{9}{\sqrt{27}} + \frac{6}{\sqrt{108}} \right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^{-1}$ și $y = (5^6)^3 \cdot 25^3 : 125^8$.

5p a) Arătați că $x = 5$.

5p b) Arătați că media aritmetică a numerelor x și y este un număr natural prim.

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = 2(x+3)^2 - (2+x)(x-2) - 2(5x+7)$, unde x este număr real. Demonstrați că $E(x) \geq 7$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În Figura 2 este reprezentat un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AC \perp BD$, $AB = 8\text{m}$, $CD = 4\text{m}$. Punctele M , N , P și Q sunt mijloacele laturilor AB , BC , CD , respectiv DA și O este punctul de intersecție a diagonalelor trapezului.

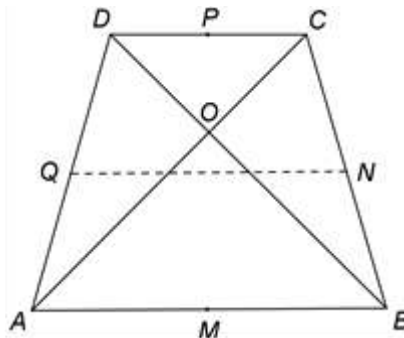


Figura 2

5p a) Arătați că linia mijlocie a trapezului $ABCD$ are lungimea egală cu 6m .

5p b) Arătați că $AD = 2\sqrt{10}\text{m}$.

5p c) Demonstrați că patrulaterul $MNPQ$ este pătrat.

2. În Figura 3 este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = 15\text{cm}$ și $BC = AA' = 6\sqrt{3}\text{cm}$. Punctul M este situat pe latura CD astfel încât $CM = 9\text{cm}$ și punctul N este mijlocul laturii BC .

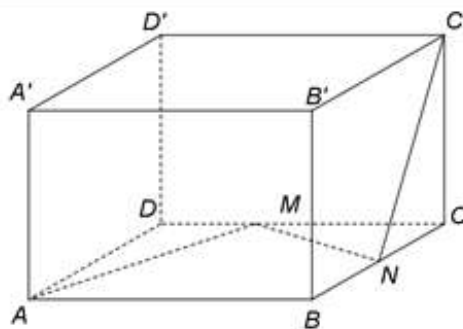


Figura 3

5p a) Arătați că aria patrulaterului $ABB' A'$ este egală cu $90\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p b) Arătați că distanța de la punctul N la dreapta $C' D'$ este egală cu $3\sqrt{15}\text{cm}$.

5p c) Determinați măsura unghiului dintre dreapta MN și planul (AMA') .

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	90	5p
2.	40	5p
3.	-4	5p
4.	60	5p
5.	90	5p
6.	16	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează triunghiul dreptunghic isoscel Notează triunghiul isoscel ABC , dreptunghic în A	4p 1p
2.	$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = k$, unde k este un număr rațional, deci $a = 2k$, $b = 3k$ și $c = 5k$ $(2k - 3k)^2 + (3k - 5k)^2 + (5k - 2k)^2 = 126 \Leftrightarrow k^2 + 4k^2 + 9k^2 = 126$, deci $k^2 = 9$ și, cum a , b și c sunt numere naturale, obținem $a = 6$, $b = 9$ și $c = 15$	2p 3p
3.	$2x = \frac{x}{2} + 6$, unde x este numărul real $x = 4$	2p 3p
4.	a) $x = \left(\frac{2}{2\sqrt{3}} + \frac{9}{3\sqrt{3}} + \frac{6}{6\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{1} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{5}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{1} = 5$ b) $y = 5^{18} \cdot (5^2)^3 : (5^3)^8 = 5^{18+6-24} = 5^0 = 1$ Media aritmetică a numerelor x și y este $m_a = \frac{x+y}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$, care este număr natural prim	3p 2p 3p
5.	$E(x) = 2(x^2 + 6x + 9) - (x^2 - 4) - 10x - 14 = 2x^2 + 12x + 18 - x^2 + 4 - 10x - 14 = x^2 + 2x + 8 = x^2 + 2x + 1 + 7 = (x+1)^2 + 7 \geq 7$, pentru orice număr real x	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) Linia mijlocie a trapezului $ABCD$ are lungimea egală cu $\frac{AB+CD}{2} = \frac{8+4}{2} = 6\text{m}$	3p 2p
	b) $\triangle AOB$ este dreptunghic isoscel, deci $AO = 4\sqrt{2}\text{m}$ și $\triangle COD$ este dreptunghic isoscel, deci $DO = 2\sqrt{2}\text{m}$ $\triangle AOD$ este dreptunghic, deci $AD^2 = AO^2 + DO^2$, de unde obținem $AD = \sqrt{32+8} = 2\sqrt{10}\text{m}$	2p 3p
	c) NP este linie mijlocie în $\triangle BCD$, deci $NP \parallel BD$ și $NP = \frac{BD}{2}$, iar MQ este linie mijlocie în $\triangle ABD$, deci $MQ \parallel BD$ și $MQ = \frac{BD}{2}$; obținem $MQ \parallel NP$ și $MQ = NP$, deci $MNPQ$ este paralelogram MN este linie mijlocie în $\triangle ABC$, deci $MN \parallel AC$ și $MN = \frac{AC}{2}$ și, cum $AC \perp BD$ și $AC = BD$, obținem $MN \perp NP$ și $MN = NP$, deci $MNPQ$ este pătrat	3p 2p
2.	a) $ABB'A'$ este dreptunghi, deci $\mathcal{A}_{ABB'A'} = AB \cdot AA' = 15 \cdot 6\sqrt{3} = 90\sqrt{3}\text{cm}^2$	3p 2p
	b) $C'D' \perp CC'$, $C'D' \perp B'C'$ și $CC' \cap B'C' = \{C'\} \Rightarrow C'D' \perp (BCC')$ și, cum $NC' \subset (BCC')$, obținem $NC' \perp C'D'$, deci $d(N, C'D') = NC'$ $\triangle CC'N$ este dreptunghic, deci $NC'^2 = C'C^2 + CN^2 \Rightarrow NC' = \sqrt{108+27} = 3\sqrt{15}\text{cm}$	3p 2p
	c) $AA' \perp AB$, $AA' \perp AD$ și $AB \cap AD = \{A\}$, deci $AA' \perp (ABC)$ și, cum $MN \subset (ABC)$, obținem $AA' \perp MN$ $\triangle ADM$ dreptunghic, $\text{tg}(\sphericalangle AMD) = \frac{AD}{DM} = \sqrt{3} \Rightarrow m(\sphericalangle AMD) = 60^\circ$ și $\triangle CMN$ dreptunghic, $\text{tg}(\sphericalangle CMN) = \frac{CN}{CM} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow m(\sphericalangle CMN) = 30^\circ$, deci $m(\sphericalangle AMN) = 90^\circ \Rightarrow MN \perp AM$ $MN \perp AA'$, $MN \perp AM$ și $AA' \cap AM = \{A\} \Rightarrow MN \perp (AMA')$, deci măsura unghiului dintre dreapta MN și planul (AMA') este de 90°	1p 3p 1p