

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a  
Matematică

Test 7

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $10 + 5 \cdot (16 - 2 \cdot 8)$  este egal cu ... .
- 5p 2. Un obiect costă 120 de lei. După o scumpire cu 10% , obiectul costă ... lei.
- 5p 3. Dacă  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  și  $B = \{4, 5, 6, 7\}$ , atunci intersecția mulțimilor  $A$  și  $B$  este egală cu  $\{\dots\}$ .
- 5p 4. Lungimea unui cerc cu raza de 5 cm este egală cu  $\dots\pi$  cm.
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub  $ABCD A' B' C' D'$ . Unghiul dreptelor  $AB$  și  $A'D$  are măsura de  $\dots^\circ$ .

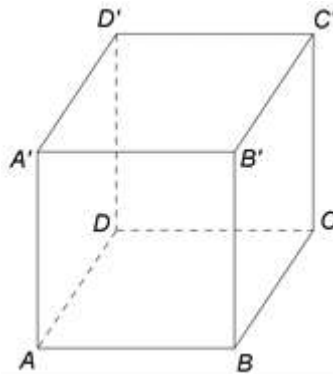


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos este prezentată situația mediilor la limba engleză, pe semestrul I, ale elevilor unei școli gimnaziale.

Media	4	5	6	7	8	9	10
Nr. elevi	1	6	7	14	23	29	30

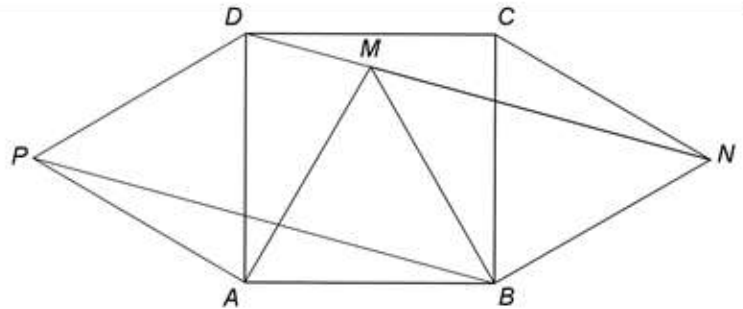
Conform informațiilor din tabel, probabilitatea ca, alegând un elev din această școală, acesta să aibă media 10 la limba engleză, este egală cu ... .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un romb  $ABCD$ .
- 5p 2. Se consideră un număr real nenul  $x$ , astfel încât  $x + \frac{1}{x} = 2$ . Arătați că  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$ .
- 5p 3. Anca a citit 375 de pagini dintr-o carte. În fiecare zi, începând cu a doua zi, ea a citit cu 5 pagini mai mult decât în ziua precedentă, și a terminat de citit cele 375 de pagini în 5 zile. Determinați numărul de pagini citite de Anca în prima zi.
4. Se consideră numerele reale  $a = \left( \frac{20}{\sqrt{1800}} - \frac{3}{\sqrt{72}} \right) : \frac{1}{84}$  și  $b = (\sqrt{3} - 3)^2 - \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} + \sqrt{75}$ .
- 5p a) Arătați că  $a = 7\sqrt{2}$ .
- 5p b) Comparați numerele  $a$  și  $b$ .
- 5p 5. Se consideră expresia  $E(x) = (2x - 1)^2 - 3(x - 3)(x + 2) - (x - 2)(x + 1)$ , unde  $x$  este număr real. Demonstrați că  $E(1) + E\left(\frac{1}{2}\right) + E\left(\frac{1}{3}\right) + \dots + E\left(\frac{1}{2020}\right) = 42420$ , pentru orice număr real  $x$ .

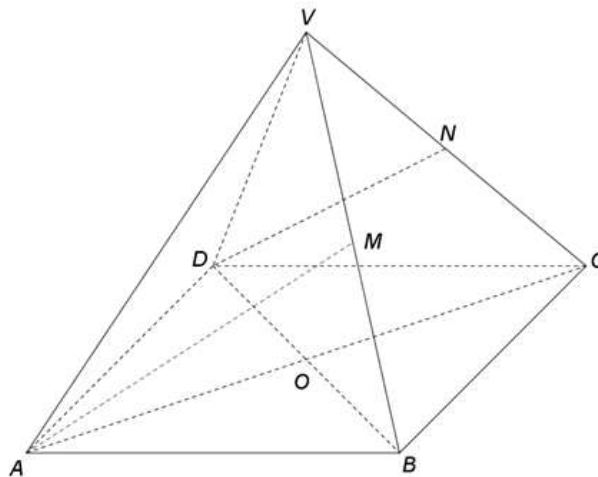
1. În *Figura 2* sunt reprezentate pătratul  $ABCD$  cu  $AB=15$  cm și triunghiurile echilaterale  $ABM$ ,  $BCN$  și  $ADP$ .



*Figura 2*

- 5p a) Arătați că perimetrul triunghiului  $ABM$  este egal cu 45 cm.  
5p b) Arătați că lungimea segmentului  $MN$  este egală cu  $15\sqrt{2}$  cm.  
5p c) Demonstrați că patrulaterul  $PBMD$  este trapez isoscel.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă  $VABCD$  cu  $ABCD$  pătrat și  $VO \perp (ABC)$ , unde  $O$  este punctul de intersecție a dreptelor  $AC$  și  $BD$ . Triunghiul  $VAB$  este echilateral cu  $AB=6$  cm, punctul  $M$  este mijlocul muchiei  $BV$  și punctul  $N$  este mijlocul muchiei  $CV$ .



*Figura 3*

- 5p a) Arătați că aria patrulaterului  $ABCD$  este egală cu  $36\text{cm}^2$ .  
5p b) Demonstrați că dreptele  $VB$  și  $VD$  sunt perpendiculare.  
5p c) Demonstrați că, dacă dreptele  $AM$  și  $DN$  se intersectează în punctul  $P$ , atunci  $VP \parallel (ABC)$ .

## SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	10	5p
2.	132	5p
3.	4	5p
4.	10	5p
5.	90	5p
6.	$\frac{3}{11}$	5p

## SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează rombul Notează rombul $ABCD$	4p 1p
2.	$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 2^2 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 4$ $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 4 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$	3p 2p
3.	A doua zi Anca citește $n+5$ pagini, a treia zi citește $n+10$ pagini, a patra zi citește $n+15$ pagini, iar a cincea zi citește $n+20$ pagini, unde $n$ este numărul de pagini citite de Anca în prima zi $n + (n+5) + (n+10) + (n+15) + (n+20) = 375 \Rightarrow 5n + 50 = 375$ , deci $n = 65$ de pagini	2p 3p
4.	a) $a = \left(\frac{20}{30\sqrt{2}} - \frac{3}{6\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{84}{1} = \left(\frac{2}{3\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{84}{1} =$ $= \frac{4\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{12} \cdot \frac{84}{1} = 7\sqrt{2}$ b) $b = (3 - 6\sqrt{3} + 9) -  \sqrt{3} - 2  + 5\sqrt{3} = 12 - 6\sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 10$ Cum $7\sqrt{2} = \sqrt{98}$ și $10 = \sqrt{100}$ , obținem $a < b$	3p 2p 3p 2p
5.	$E(x) = 4x^2 - 4x + 1 - 3(x^2 - x - 6) - (x^2 - x - 2) = 4x^2 - 4x + 1 - 3x^2 + 3x + 18 - x^2 + x + 2 = 21$ , pentru orice număr real $x$ $E(1) + E\left(\frac{1}{2}\right) + E\left(\frac{1}{3}\right) + \dots + E\left(\frac{1}{2020}\right) = \underbrace{21 + 21 + \dots + 21}_{\text{de } 2020 \text{ ori } 21} = 21 \cdot 2020 = 42420$	3p 2p

## SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $P_{\triangle ABM} = 3AB =$ $= 3 \cdot 15 = 45 \text{ cm}$	3p 2p
	b) $m(\sphericalangle MBC) = m(\sphericalangle ABC) - m(\sphericalangle ABM) = 30^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle MBN) = m(\sphericalangle MBC) + m(\sphericalangle CBN) = 90^\circ$ $\triangle MBN$ este dreptunghic isoscel, deci $MN = 15\sqrt{2} \text{ cm}$	2p 3p
	c) $m(\sphericalangle DAM) = 30^\circ$ și, cum $\triangle ADM$ isoscel, $m(\sphericalangle ADM) = 75^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle PDM) = 135^\circ$ $\triangle ABP$ isoscel și $m(\sphericalangle BAP) = 150^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle APB) = 15^\circ$ , deci $m(\sphericalangle DPB) = 45^\circ$ $\sphericalangle PDM$ și $\sphericalangle DPB$ sunt suplementare, deci $BP \parallel DM$ și, cum $DP = MB$ , obținem că $PBMD$ este trapez isoscel	1p 2p 2p
2.	a) $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$ $= 6^2 = 36 \text{ cm}^2$	3p 2p
	b) $BD$ este diagonală în pătratul $ABCD \Rightarrow BD = 6\sqrt{2} \text{ cm}$ $VO \perp (ABC)$ și $ABCD$ pătrat $\Rightarrow \triangle VOA \equiv \triangle VOB \equiv \triangle VOC \equiv \triangle VOD$ , deci $VA = VB = VC = VD$ $VB^2 + VD^2 = 6^2 + 6^2 = (6\sqrt{2})^2 = BD^2 \Rightarrow \triangle BVD$ este dreptunghic în $V$ , deci $VB \perp VD$	2p 1p 2p
	c) $MN$ linie mijlocie în $\triangle VBC \Rightarrow MN \parallel BC$ și $MN = \frac{BC}{2}$ , deci $MN \parallel AD$ și $MN = \frac{AD}{2}$ , de unde obținem $MN$ linie mijlocie în $\triangle PAD$ $M$ este mijlocul segmentelor $BV$ și $PA \Rightarrow ABPV$ este paralelogram, deci $VP \parallel AB$ și, cum $AB \subset (ABC)$ , obținem $VP \parallel (ABC)$	2p 3p