

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 9

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

5p 1. Rezultatul calculului $(20 - 2 \cdot 4) : 4$ este egal cu

5p 2. Dacă $\frac{x+3}{5} = \frac{14}{10}$, atunci numărul real x este egal cu

5p 3. Numărul de elemente ale mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3\}$ este egal cu

5p 4. Linia mijlocie a trapezului $ABCD$ este de 10cm. Suma lungimilor bazelor acestui trapez este egală cu ... cm.

5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$. Unghiul dreptelor AB și $B' C'$ are măsura de ... °.

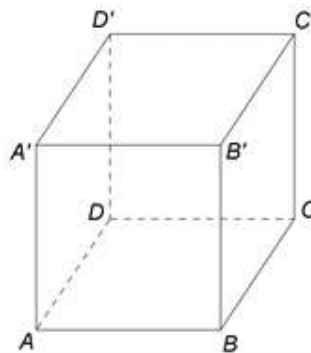
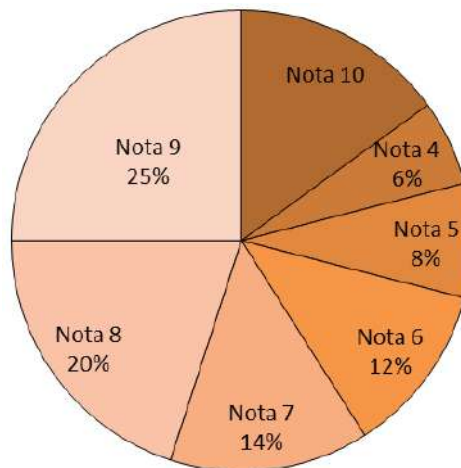


Figura 1

5p 6. În diagrama de mai jos sunt prezentate rezultatele obținute de elevii unei școli la un concurs.



Conform informațiilor din diagramă, note mai mari sau egale cu 9 au fost obținute de ...% din numărul elevilor care au participat la concurs.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un tetraedru $ABCD$.

5p 2. Arătați că media geometrică a numerelor $x = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{3}{2}$ și $y = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) : \frac{1}{12}$ este egală cu 2.

5p 3. Într-o cutie sunt bile albe, 6 bile roșii și 10 bile galbene. Probabilitatea de a extrage o bilă albă din cutie este egală cu $\frac{5}{9}$. Determinați numărul de bile albe din cutie.

4. Se consideră numerele reale $a = (\sqrt{98} - 2\sqrt{50} + \sqrt{32}) : \frac{1}{\sqrt{2}}$ și $b = \left(\frac{7}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{27}}{18} \right) : \frac{3}{\sqrt{3}}$.

5p a) Arătați că $a = 2$.

5p b) Calculați $(a - b)^{2020}$.

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = x(x+3)^2 - 2(x-1)^2 - (2x-3)(2x+3) - (17x+7)$, unde x este număr real. Arătați că $\frac{E(3)}{1 \cdot 5} + \frac{E(4)}{2 \cdot 6} + \frac{E(5)}{3 \cdot 7} + \dots + \frac{E(100)}{98 \cdot 102} = 5047$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu $AB = 15$ cm, punctul M este mijlocul laturii AB și punctul O este intersecția diagonalelor pătratului. E și F sunt punctele de intersecție a dreptelor AC și DM , respectiv BD și CM .

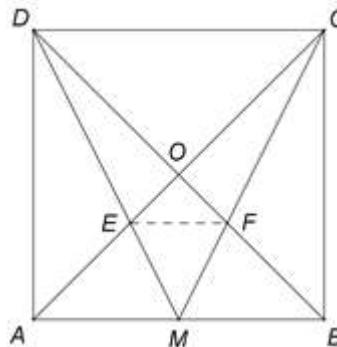


Figura 2

5p a) Arătați că aria pătratului $ABCD$ este egală cu 225 cm^2 .

5p b) Demonstrați că triunghiurile ADE și BCF sunt congruente.

5p c) Calculați lungimea segmentului EF .

2. În *Figura 3* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCA'B'C'D'$ cu $AB = 8$ dm, $BC = 6$ dm și $AA' = 15$ dm.

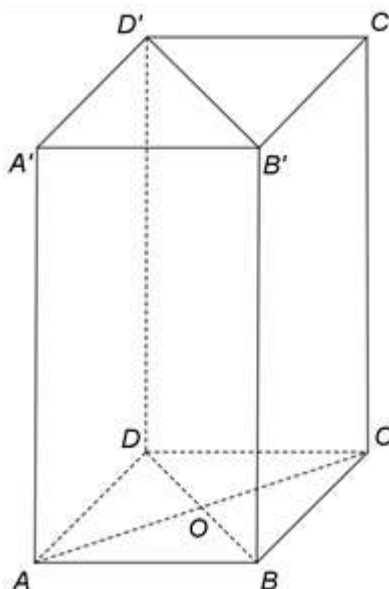


Figura 3

5p a) Arătați că suma lungimilor tuturor muchiilor paralelipipedului este egală cu 116 dm.

5p b) Demonstrați că distanța de la punctul A la planul (BDD') este egală cu $4,8$ dm.

5p c) Demonstrați că, dacă punctul M este simetricul punctului A față de punctul B , atunci planele $(CC'M)$ și $(BB'D)$ sunt paralele.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	3	5p
2.	4	5p
3.	7	5p
4.	20	5p
5.	90	5p
6.	40	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează tetraedrul Notează tetraedrul $ABCD$	4p 1p
2.	$x = \frac{3+2-1}{6} \cdot \frac{3}{2} = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{2} = 1$ $y = \frac{3-2+1}{6} \cdot \frac{12}{1} = 4 \Rightarrow m_g = \sqrt{xy} = \sqrt{1 \cdot 4} = 2$	2p 3p
3.	$\frac{n}{n+6+10} = \frac{5}{9}$, unde n este numărul de bile albe $9n = 5n + 80$, deci $n = 20$	3p 2p
4.	a) $a = (7\sqrt{2} - 2 \cdot 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} =$ $= (7\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 4\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$	3p 2p
	b) $b = \left(\frac{7\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{14\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + \sqrt{3}}{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 3$ $(a-b)^{2020} = (2-3)^{2020} = (-1)^{2020} = 1$	3p 2p
5.	$E(x) = x(x^2 + 6x + 9) - 2(x^2 - 2x + 1) - (4x^2 - 9) - 17x - 7 = x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x-2)(x+2)$, pentru orice număr real x $\frac{3 \cdot 1 \cdot 5}{1 \cdot 5} + \frac{4 \cdot 2 \cdot 6}{2 \cdot 6} + \dots + \frac{100 \cdot 98 \cdot 102}{98 \cdot 102} = 3 + 4 + \dots + 100 = \frac{100 \cdot 101}{2} - 1 - 2 = 5047$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$ $= 15^2 = 225 \text{ cm}^2$	3p 2p
	b) $\triangle ADM \equiv \triangle BCM \Rightarrow \sphericalangle ADM \equiv \sphericalangle BCM$ Cum $ABCD$ este pătrat, deci $AD = BC$ și $\sphericalangle EAD \equiv \sphericalangle FBC$, obținem $\triangle ADE \equiv \triangle BCF$	2p 3p
	c) E este centrul de greutate al $\triangle ABD$, deci $\frac{OE}{OA} = \frac{1}{3}$ și F este centrul de greutate al $\triangle ABC$, deci $\frac{OF}{OB} = \frac{1}{3}$ $\frac{OE}{OA} = \frac{OF}{OB} \Rightarrow EF \parallel AB \Rightarrow \frac{EF}{AB} = \frac{1}{3}$, deci $EF = 5 \text{ cm}$	2p 3p
2.	a) Suma lungimilor tuturor muchiilor paralelipipedului este egală cu $4(AB + BC + AA') =$ $= 4(8 + 6 + 15) = 4 \cdot 29 = 116 \text{ dm}$	2p 3p
	b) Pentru $AE \perp BD$, unde $E \in BD$, $DD' \perp (ADC) \Rightarrow DD' \perp AE$ și, cum $BD \cap DD' = \{D\}$, obținem $AE \perp (BDD')$, deci $d(A, (BDD')) = AE$ $\triangle ABD$ este dreptunghic, deci $AE = \frac{AB \cdot AD}{BD} = \frac{8 \cdot 6}{10} = 4,8 \text{ dm}$	3p 2p
	c) B este mijlocul segmentului $AM \Rightarrow AB = BM$, deci $BM = DC$ și, cum $BM \parallel DC$, obținem $BMCD$ paralelogram $CC' \parallel DD'$, $CM \parallel BD$, $CC' \cap CM = \{C\}$ și $DD' \cap BD = \{D\} \Rightarrow (CC'M) \parallel (BB'D)$	2p 3p