EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 26

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $4\cdot 5-(20-20:2)\cdot 2$ este egal cu … .

5p **2.** Dacă 50% dintr-un număr este 20, atunci numărul este egal cu … .

5p **3.** Cel mai mare număr divizibil cu 5 din mulțimea $A=\{10,11,12,13,14,15,16,17,18,19\}$ este … .

5p **4.** Paralelogramul $ABCD$ are perimetrul egal cu 16cm. Știind că $AB=6\text{cm}$, lungimea laturii AD este egală cu … cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor $A'D'$ și AB are măsura de …°.

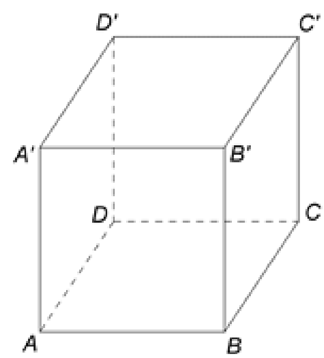

Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este dată o dependență funcțională.

x	-1	0	1
$y=x-5$	-6	-5	a

Conform informațiilor din tabel, numărul real a este egal cu … .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o prismă $ABCDEF$ cu baza triunghiul ABC.

5p **2.** Determinați numărul natural nenul n, știind că împărțind numerele 89 și 49, pe rând, la n, obținem resturile 8, respectiv 4.

5p **3.** După ce a citit 50 de pagini dintr-o carte, Matei constată că mai are de citit 5 pagini până la jumătatea cărții. Determinați numărul de pagini ale acestei cărți.

4. Se consideră numerele reale $x=3\sqrt{2}\left(\sqrt{50}+\sqrt{72}-\sqrt{200}\right)$ și $y=\left(\frac{1}{3\sqrt{3}}+\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)\cdot\sqrt{300}:\frac{1}{3\sqrt{36}}$.

5p **a)** Arătați că $x=6$.

5p **b)** Calculați media geometrică a numerelor x și y.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x+3)^2-(2-x)(2+x)-5x^2-12x$, unde x este număr real. Arătați că $E(x)=E(2020)$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* sunt reprezentate două cercuri de centre O și, respectiv, P. Cele două cercuri se intersectează în punctul T, astfel încât punctele A, T și B sunt coliniare, iar segmentele AT și TB sunt diametre ale celor două cercuri, $AT = 8\text{cm}$ și $TB = 12\text{cm}$. Pe primul cerc se consideră punctul C, diferit de A și de T, iar pe al doilea cerc se consideră punctul D astfel încât punctele C, T și D sunt coliniare.

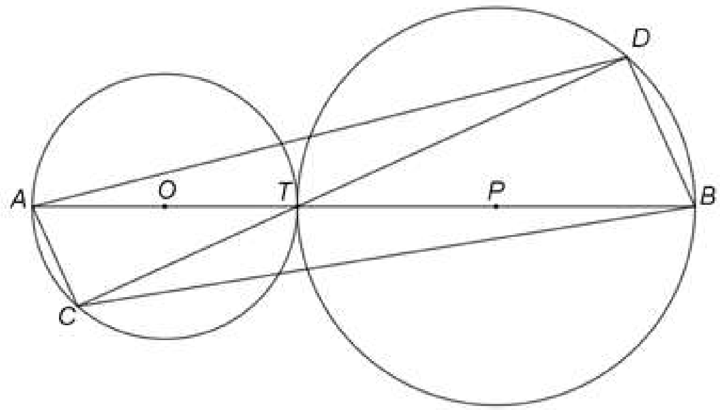

Figura 2

5p **a)** Arătați că $OP = 10\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că dreptele AC și BD sunt paralele.

5p **c)** Demonstrați că, dacă $m\left(\overset{\frown}{AC}\right) = 60°$, atunci patrulaterul $ACBD$ are aria mai mică decât 90cm^2.

2. În *Figura 3* este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC cu $m(\sphericalangle BAC) = 90°$, $AB = 30\text{cm}$ și $AC = 40\text{cm}$. Dreapta AM este perpendiculară pe planul (ABC), punctul D este proiecția punctului M pe dreapta BC și $MD = 26\text{cm}$.

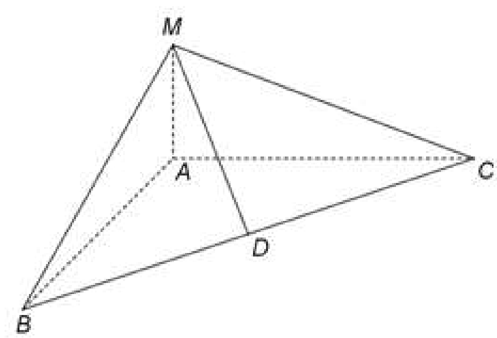

Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 120cm.

5p **b)** Demonstrați că $AM = 10\text{cm}$.

5p **c)** Calculați distanța de la punctul N, mijlocul segmentului MC, la dreapta AD.

BARЕM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE **Test 26**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	0	**5p**
2.	40	**5p**
3.	15	**5p**
4.	2	**5p**
5.	90	**5p**
6.	–4	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează prisma cu baza triunghi Notează prisma $ABCDEF$ cu baza triunghiul ABC	**4p** **1p**
2.	$89 = n\cdot a + 8$, $n > 8$ și $49 = n\cdot b + 4$, $n > 4$, unde a și b sunt câturile obținute la fiecare împărțire; obținem $n\cdot a = 81$ și $n\cdot b = 45$, deci n este divizor comun al numerelor 81 și 45	**3p**
	$c.m.m.d.c\{81,45\} = 9$ și, cum $n > 8$, obținem că $n = 9$	**2p**
3.	$50 = \frac{x}{2} - 5$, unde x este numărul de pagini ale cărții	**3p**
	$x = 110$	**2p**
4.	**a)** $x = 3\sqrt{2}\left(5\sqrt{2}+6\sqrt{2}-10\sqrt{2}\right) = 3\sqrt{2}\left(11\sqrt{2}-10\sqrt{2}\right) =$	**3p**
	$= 3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 6$	**2p**
	b) $y = \frac{5}{6\sqrt{3}}\cdot 10\sqrt{3} : \frac{1}{3\cdot 6} = \frac{25}{3}\cdot 18 = 150$	**3p**
	$m_g = \sqrt{xy} = \sqrt{6\cdot 150} = 30$	**2p**
5.	$E(x) = 4x^2 + 12x + 9 - 4 + x^2 - 5x^2 - 12x = 5$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(2020) = 5$, deci $E(x) = E(2020)$, pentru orice număr real x	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $OP = OT + TP = \frac{AT}{2} + \frac{TB}{2} =$	**3p**
	$= 4 + 6 = 10\text{cm}$	**2p**
	b) AT diametru, deci $m(\sphericalangle ACT) = \frac{1}{2}m\left(\overset{\frown}{AT}\right) = 90° \Rightarrow AC \perp CD$	**2p**
	BT diametru, deci $m(\sphericalangle BDT) = \frac{1}{2}m\left(\overset{\frown}{BT}\right) = 90° \Rightarrow BD \perp CD$, de unde obținem $AC \parallel BD$	**3p**
	c) ΔACT dreptunghic în C, $m(\sphericalangle ATC) = 30° \Rightarrow AC = 4\text{cm}$, $TC = 4\sqrt{3}\text{cm}$ și ΔBDT dreptunghic în D, $m(\sphericalangle BTD) = 30° \Rightarrow BD = 6\text{cm}$, de unde obținem $TD = 6\sqrt{3}\text{cm}$	**2p**
	$ACBD$ este trapez $\Rightarrow \mathcal{A}_{ACBD} = \frac{(AC+BD)CD}{2} = \frac{(4+6)\cdot 10\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}\text{cm}^2$ și, cum $50\sqrt{3} < 90 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 5\sqrt{3} < 9 \Leftrightarrow \sqrt{75} < \sqrt{81}$, obținem că $\mathcal{A}_{ACBD} < 90\text{cm}^2$	**3p**
2.	**a)** ΔABC este dreptunghic, deci $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{900+1600} = 50\text{cm}$	**3p**
	$P_{\Delta ABC} = AB + BC + CA = 30 + 50 + 40 = 120\text{cm}$	**2p**
	b) $AM \perp (ABC)$, $BC \subset (ABC) \Rightarrow AM \perp BC$ și, cum $MD \perp BC$ și $AM \cap MD = \{M\}$, obținem $BC \perp (AMD) \Rightarrow BC \perp AD$ și, cum ΔABC este dreptunghic, obținem $AD = \frac{AB\cdot AC}{BC} = 24\text{cm}$	**3p**
	$AM \perp (ABC)$, $AD \subset (ABC) \Rightarrow AM \perp AD$, deci $AM = \sqrt{MD^2 - AD^2} = \sqrt{676-576} = 10\text{cm}$	**2p**
	c) ΔAMC este dreptunghic în A și N este mijlocul segmentului $MC \Rightarrow AN = \frac{MC}{2}$ și ΔDMC este dreptunghic în D și N este mijlocul segmentului $MC \Rightarrow DN = \frac{MC}{2}$, de unde obținem ΔAND este isoscel $\Rightarrow NP \perp AD$, unde P este mijlocul segmentului AD, deci $d(N, AD) = NP$	**3p**
	$MC = 10\sqrt{17}\text{ cm} \Rightarrow AN = 5\sqrt{17}\text{ cm}$, deci $NP = \sqrt{AN^2 - AP^2} = \sqrt{425-144} = \sqrt{281}\text{cm}$	**2p**