

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 27

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $10 + 6 \cdot (40 - 20 \cdot 2)$ este egal cu
- 5p 2. Numărul care reprezintă o treime din 30 este egal cu
- 5p 3. Cel mai mare număr prim din mulțimea $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ este
- 5p 4. Pătratul $ABCD$ are perimetrul de 20cm. Lungimea laturii acestui pătrat este egală cu ... cm.
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$. Unghiul dreptelor BD și $A' C'$ are măsura de ...°.

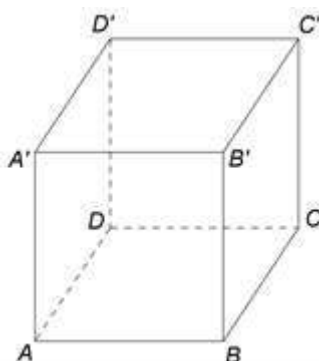
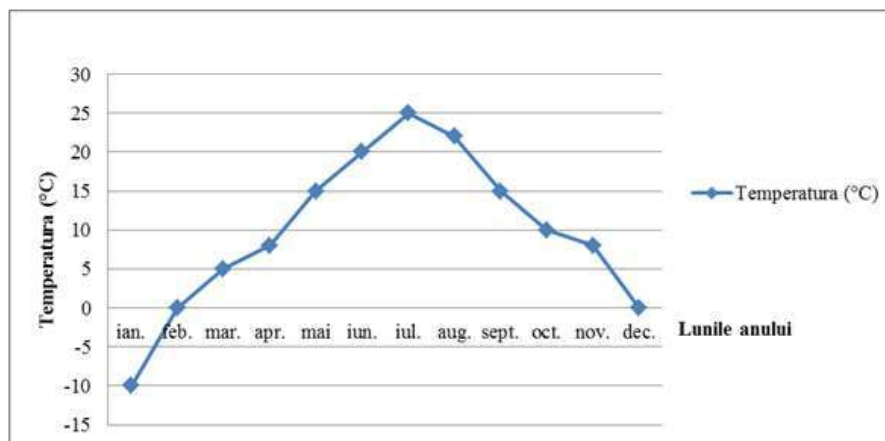


Figura 1

- 5p 6. În diagrama de mai jos sunt prezentate temperaturile medii înregistrate la o stație meteo, pentru fiecare dintre lunile unui an.



Conform informațiilor din diagramă, diferența dintre temperatura înregistrată în luna decembrie și temperatura înregistrată în luna ianuarie este egală cu ...°C.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un dreptunghi $ABCD$.
- 5p 2. Se consideră numerele reale $x = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right)$ și $y = \left(1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{9}\right)$. Arătați că media aritmetică a numerelor x și y este egală cu 1.
- 5p 3. Prețul unui obiect a crescut cu 10% și apoi noul preț s-a redus cu 10%. Prețul final este egal cu 198 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.
4. Se consideră numerele reale $a = (2^{99} + 2^{99}) : 32^{14}$, $b = \sqrt{2^2} - \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + \frac{\sqrt{50}}{5}$.
- 5p a) Arătați că $a = 2^{30}$.

5p b) Arătați că $a < b^{20}$.

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = (3x+4)^2 - 2(3x-4)(3x+4) + (3x-4)^2$, unde x este număr real.
Determinați numărul natural n pentru care $E(n) = n^3$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat triunghiul echilateral ABC cu $AB = 6\text{cm}$. Punctele distincte D și E sunt situate în exteriorul triunghiului ABC astfel încât triunghiurile ABD și ACE sunt echilaterale. Punctul M este mijlocul segmentului BC .

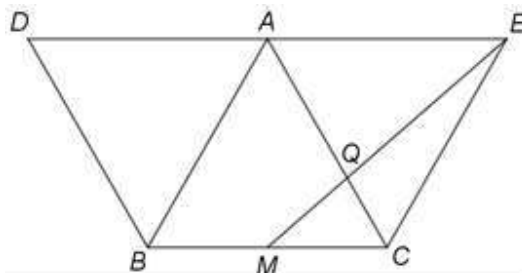


Figura 2

5p a) Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCE$ este egal cu 24cm .

5p b) Determinați distanța de la punctul E la dreapta BD .

5p c) Calculați aria triunghiului CMQ , unde Q este punctul de intersecție a dreptelor AC și EM .

2. În *Figura 3* este reprezentată o prismă patrulateră $ABCD A' B' C' D'$ cu $AA' \perp (ABC)$, $AA' = 12\sqrt{3}\text{cm}$ și $ABCD$ pătrat cu $AB = 12\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD , iar punctul M este intersecția dreptelor BC' și $B'C$.

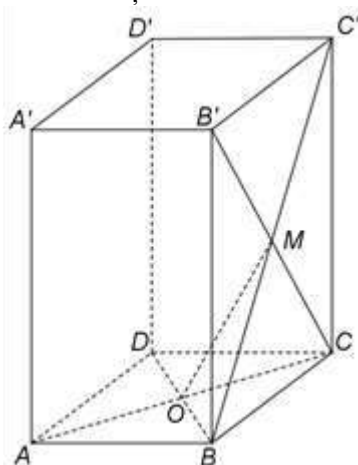


Figura 3

5p a) Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 144cm^2 .

5p b) Demonstrați că unghiul dreptelor $A'B$ și OM are măsura de 60° .

5p c) Determinați măsura unghiului dintre dreapta OM și planul (BCC') .

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	10	5p
2.	10	5p
3.	7	5p
4.	5	5p
5.	90	5p
6.	10	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează dreptunghiul Notează dreptunghiul $ABCD$	4p 1p
2.	$x = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$ $y = \frac{20-8-5}{20} : \frac{27-20}{36} = \frac{7}{20} : \frac{7}{36} = \frac{7}{20} \cdot \frac{36}{7} = \frac{9}{5} \Rightarrow m_a = \frac{\frac{1}{5} + \frac{9}{5}}{2} = \frac{2}{2} = 1$	2p 3p
3.	$x + \frac{10}{100} \cdot x - \frac{10}{100} \cdot \left(x + \frac{10}{100} \cdot x\right) = 198$, unde x este prețul inițial al obiectului $x = 200$ de lei	3p 2p
4.	a) $a = (2^{99} + 2^{99}) : (2^5)^{14} = (2 \cdot 2^{99}) : 2^{70} =$ $= 2^{100} : 2^{70} = 2^{30}$ b) $b = 2 - 1 - \sqrt{2} + \frac{5\sqrt{2}}{5} = 2 - (\sqrt{2} - 1) + \sqrt{2} = 2 - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} = 3$ $a < b^{20} \Leftrightarrow 2^{30} < 3^{20} \Leftrightarrow (2^3)^{10} < (3^2)^{10} \Leftrightarrow 8^{10} < 9^{10}$, relație adevărată	3p 2p 3p 2p
5.	$E(x) = ((3x+4) - (3x-4))^2 = (3x+4-3x+4)^2 = 8^2 = 64$, pentru orice număr real x $n^3 = 64 \Leftrightarrow n^3 = 4^3$, de unde obținem $n = 4$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\triangle ABC$ este echilateral, deci $AC = BC = 6$ cm $\triangle ACE$ este echilateral, deci $CE = EA = 6$ cm $\Rightarrow P_{ABCE} = AB + BC + CE + EA = 4 \cdot 6 = 24$ cm b) $ABCE$ romb, deci (BE este bisectoarea $\sphericalangle ABC \Rightarrow m(\sphericalangle ABE) = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ$ și, cum $\triangle ABD$ este echilateral, obținem $m(\sphericalangle DBE) = m(\sphericalangle ABD) + m(\sphericalangle ABE) = 90^\circ \Rightarrow EB \perp BD \Rightarrow d(E, BD) = EB$ $m(\sphericalangle DAE) = m(\sphericalangle DAB) + m(\sphericalangle BAC) + m(\sphericalangle CAE) = 180^\circ \Rightarrow D, A$ și E sunt coliniare, deci $DE = 12$ cm și, cum $\triangle BED$ este dreptunghic, obținem $EB = 6\sqrt{3}$ cm	2p 3p 3p 2p
	c) $BC \parallel AE \Rightarrow \triangle MQC \sim \triangle EQA \Rightarrow \frac{CQ}{QA} = \frac{CM}{AE}$, deci $\frac{CQ}{QA} = \frac{1}{2}$ $\triangle ABC$ echilateral $\Rightarrow AM \perp BC \Rightarrow AM \parallel QN$, unde $QN \perp BC$, $N \in BC \Rightarrow \triangle CQN \sim \triangle CAM$, deci $\frac{QN}{AM} = \frac{1}{3}$, de unde obținem $\mathcal{A}_{\triangle CMQ} = \frac{1}{2} \cdot QN \cdot CM = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot AM \cdot \frac{1}{2} \cdot BC = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$	2p 3p
2.	a) $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$ $= 12^2 = 144 \text{ cm}^2$ b) $ABCD$ pătrat, deci O este mijlocul lui AC și $BCC'B'$ dreptunghi, deci M este mijlocul lui $B'C \Rightarrow OM$ linie mijlocie în $\triangle ACB' \Rightarrow OM \parallel AB' \Rightarrow m(\sphericalangle(A'B, OM)) = m(\sphericalangle(A'B, AB'))$ $AA' \perp (ABC) \Rightarrow ABB'A'$ dreptunghi, deci $AB' = \sqrt{144 + 432} = 24$ cm și, cum $AB = 12$ cm, obținem că $m(\sphericalangle AB'B) = 30^\circ$, deci $m(\sphericalangle(A'B, OM)) = m(\sphericalangle(A'B, AB')) = 60^\circ$ c) $ON \perp BC$, unde N este mijlocul lui BC și, cum $BB' \perp (ABC)$ și $ON \subset (ABC) \Rightarrow BB' \perp ON$ deci, cum $BC \cap BB' = \{B\}$, $ON \perp (BCC') \Rightarrow m(\sphericalangle(OM, (BCC'))) = m(\sphericalangle(OM, MN)) = m(\sphericalangle OMN)$ $\triangle ONM$ dreptunghic, $ON = 6$ cm, $OM = 12$ cm $\Rightarrow \sin(\sphericalangle OMN) = \frac{ON}{OM} = \frac{1}{2} \Rightarrow m(\sphericalangle OMN) = 30^\circ$	3p 2p 3p 2p 3p 2p