EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 31

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $3\cdot 5-(10-20:4)\cdot 3$ este egal cu $\ldots$.

5p **2.** Un kilogram de mere costă $2{,}50$ lei. Patru kilograme de mere de același fel costă $\ldots$ lei.

5p **3.** Numărul de elemente ale mulțimii $A=\{x\in\mathbb{N} \mid x\le 4\}$ este $\ldots$.

5p **4.** Dreptunghiul $ABCD$ are aria egală cu $30\,\text{cm}^2$. Știind că $AB=6\,\text{cm}$, lungimea laturii AD este egală cu $\ldots$ cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor DD' și $B'C'$ are măsura de $\ldots°$.

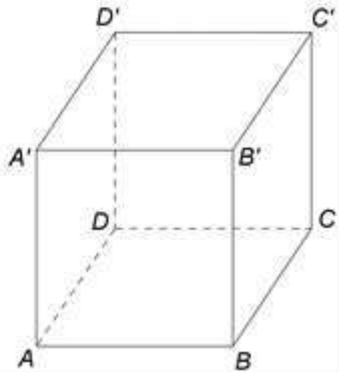
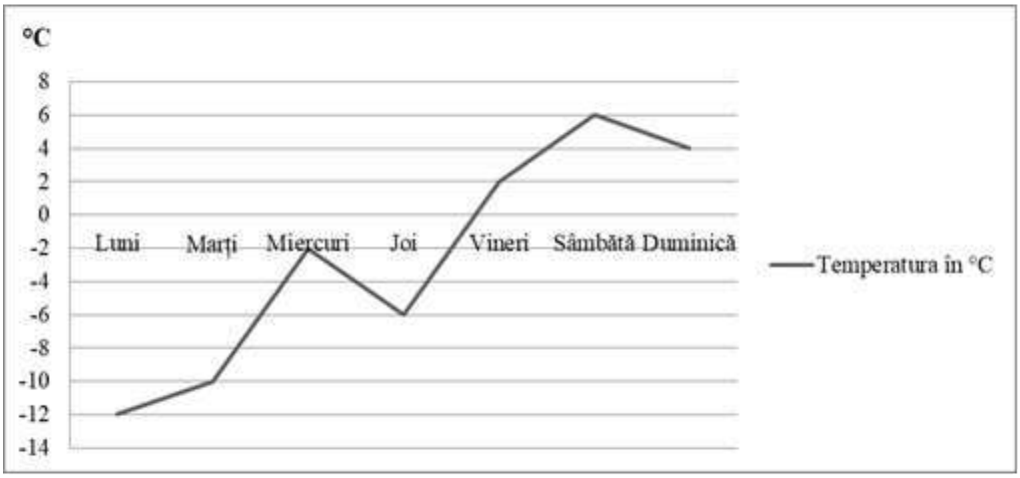


Figura 1

5p **6.** În diagrama următoare sunt prezentate informații despre temperatura, în °C, înregistrată în fiecare dintre zilele unei săptămâni.



Conform informațiilor din diagramă, diferența dintre cea mai mare temperatură și cea mai mică temperatură înregistrate în acea săptămână este egală cu $\ldots$°C.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, un trapez $ABCD$ cu bazele AB și CD, $CD<AB$.

5p **2.** Determinați numerele naturale x, y, z, știind că acestea sunt invers proporționale cu numerele 2, 3, 4 și că $xy+yz+xz=54$.

5p **3.** Andrei are trofeele câștigate la șah aranjate pe două rafturi ale bibliotecii, astfel încât pe primul raft sunt cu două trofee mai multe decât pe al doilea raft. Dacă mută trei trofee de pe primul raft pe al doilea, atunci pe al doilea raft vor fi de două ori mai multe trofee decât pe primul raft. Determinați numărul de trofee câștigate la șah, pe care le are Andrei pe cele două rafturi.

4. Se consideră numerele reale $a=1-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{4}-\frac{1}{4\sqrt{2}}$ și $b=\left(0,(6)+2\frac{1}{3}\right):\frac{\left(1+\sqrt{3}\right)^2-4}{2}$.

5p **a)** Arătați că $a=\frac{7\left(2-\sqrt{2}\right)}{8}$.

5p **b)** Arătați că $\left(2+\sqrt{2}\right)a=\sqrt{3}\cdot b-\frac{5}{4}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x-2)(x+2)+(x+2)^2-(x-2)^2-x(x+8)+5$, unde x este număr real. Calculați $E(1)-2E(2)+3E(3)-4E(4)+\ldots+9E(9)-10E(10)$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AB=12\text{cm}$ și $BC=8\text{cm}$. Punctele E și F sunt mijloacele laturilor AB și CD, punctul M este simetricul punctului D față de punctul E și punctul N este simetricul punctului B față de punctul F.

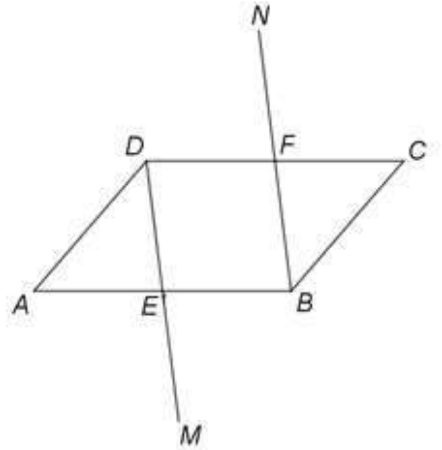


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu 40cm.

5p **b)** Demonstrați că punctele M, B și C sunt coliniare.

5p **c)** Demonstrați că, dacă segmentele AC și MN sunt congruente, atunci dreptele AM și AN sunt perpendiculare.

2. În *Figura 3* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AC=12\sqrt{3}\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD, iar dreapta VO este perpendiculară pe planul (ABC), $VO=6\text{cm}$. Punctele M, N și P sunt situate pe segmentele VB, VC și, respectiv, VO astfel încât $\frac{VM}{VB}=\frac{2}{3}$, $CN=4\text{cm}$ și $VP=2PO$.

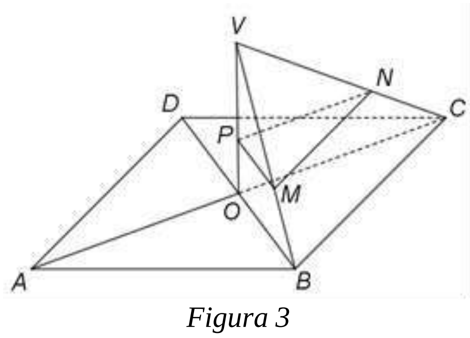


Figura 3

5p **a)** Arătați că lungimea segmentului CO este egală cu $6\sqrt{3}\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că planele (MNP) și (ABC) sunt paralele.

5p **c)** Determinați distanța dintre planele paralele (MNP) și (ABC).

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE **Test 31**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	0	**5p**
2.	10	**5p**
3.	5	**5p**
4.	5	**5p**
5.	90	**5p**
6.	18	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează trapezul	**4p**
	Notează trapezul $ABCD$ cu bazele AB și CD, $CD < AB$	**1p**
2.	$2x = 3y = 4z = k$, unde k este număr natural, deci $x = \frac{k}{2}$, $y = \frac{k}{3}$, $z = \frac{k}{4}$	**2p**
	$\frac{k}{2}\cdot\frac{k}{3}+\frac{k}{3}\cdot\frac{k}{4}+\frac{k}{2}\cdot\frac{k}{4}=54 \Rightarrow k^2=144$ și, cum k este număr natural, obținem $k=12$, deci $x=6$, $y=4$ și $z=3$	**3p**
3.	Pe primul raft sunt $x+2$ trofee, unde x este numărul de trofee de pe al doilea raft	**2p**
	$2(x+2-3)=x+3 \Leftrightarrow x=5$, deci Andrei are $5+2+5=12$ trofee câștigate la șah	**3p**
4.	**a)** $a=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{4\sqrt{2}}\right)=\frac{4+2+1}{4}-\frac{4+2+1}{4\sqrt{2}}=\frac{7}{4}-\frac{7}{4\sqrt{2}}=$	**3p**
	$=\frac{7}{4}-\frac{7\sqrt{2}}{8}=\frac{14-7\sqrt{2}}{8}=\frac{7\left(2-\sqrt{2}\right)}{8}$	**2p**
	b) $b=\left(\frac{6}{9}+\frac{7}{3}\right):\frac{1+2\sqrt{3}+3-4}{2}=\left(\frac{2}{3}+\frac{7}{3}\right):\frac{2\sqrt{3}}{2}=3:\sqrt{3}=\sqrt{3}$	**3p**
	$\left(2+\sqrt{2}\right)a=\left(2+\sqrt{2}\right)\cdot\frac{7\left(2-\sqrt{2}\right)}{8}=\frac{7(4-2)}{8}=\frac{7}{4}$ și, cum $\sqrt{3}\cdot b-\frac{5}{4}=\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}-\frac{5}{4}=3-\frac{5}{4}=\frac{7}{4}$, obținem $\left(2+\sqrt{2}\right)a=\sqrt{3}\cdot b-\frac{5}{4}$	**2p**
5.	$E(x)=x^2-4+x^2+4x+4-\left(x^2-4x+4\right)-x^2-8x+5=x^2-4x+5-x^2+4x-4=1$, pentru orice x număr real	**3p**
	$E(1)-2E(2)+3E(3)-4E(4)+\ldots+9E(9)-10E(10)=1-2+3-4+\ldots+9-10=-5$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ este paralelogram, deci $P_{ABCD}=2(AB+BC)=$	**3p**
	$=2(12+8)=40\text{cm}$	**2p**
	b) M este simetricul punctului D față de punctul E, deci E este mijlocul segmentului DM și, cum E este mijlocul segmentului AB, obținem că $AMBD$ este paralelogram	**3p**
	$AD \parallel MB$ și $AD \parallel BC$, deci punctele M, B și C sunt coliniare	**2p**
	c) $BCND$ este paralelogram, deci $BC \parallel DN$ și $BC = DN$, de unde obținem că punctele A, D și N sunt coliniare și $AN = 2AD$	**2p**
	$AN \parallel MC$, $AN = MC \Rightarrow AMCN$ este paralelogram și, cum $AC = MN$, obținem că $AMCN$ este dreptunghi, deci $AM \perp AN$	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ este romb și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD, deci $CO=\frac{AC}{2}=$	**3p**
	$=\frac{12\sqrt{3}}{2}\text{cm}=6\sqrt{3}\text{cm}$	**2p**
	b) ΔVOC este dreptunghic, deci $VC=\sqrt{VO^2+CO^2}=12\text{cm}$ și, cum $CN=4\text{cm}$, obținem $\frac{VN}{VC}=\frac{2}{3}=\frac{VM}{VB}\Rightarrow MN \parallel BC$	**2p**
	$VP=2PO \Rightarrow \frac{VP}{VO}=\frac{2}{3}=\frac{VM}{VB}\Rightarrow MP \parallel BO$ și, cum $MN \cap MP=\{M\}$ și $BC \cap BO=\{B\}$, obținem $(MNP)\parallel(ABC)$	**3p**
	c) $(MNP)\parallel(ABC)$ și $VO \perp (ABC)$, deci $VO \perp (MNP)$ și, cum $VO \cap (MNP)=\{P\}$, obținem $d\left((MNP),(ABC)\right)=PO$	**3p**
	$VO=6\text{cm} \Rightarrow VP+PO=6\text{cm}$ și, cum, $VP=2PO$, obținem $d\left((MNP),(ABC)\right)=PO=2\text{cm}$	**2p**