

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 32

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $6 - 6 \cdot (10 - 20 : 2)$ este egal cu
- 5p 2. Dacă $\frac{5a}{3} = \frac{20}{b}$, atunci numărul $5ab$ este egal cu
- 5p 3. Produsul elementelor mulțimii $M = \{x \in \mathbb{N} \mid x - 2 \leq 2\}$ este egal cu
- 5p 4. Linia mijlocie a trapezului $ABCD$ este $MN = 12 \text{ cm}$. Suma lungimilor bazelor acestui trapez este egală cu ... cm .
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$. Unghiul dreptelor BD și AA' are măsura de ... ° .

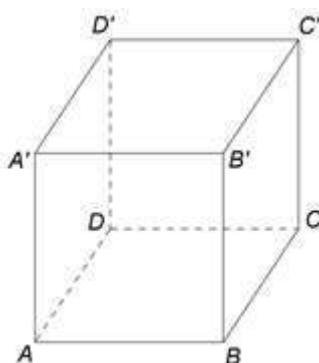


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos sunt prezentate rezultatele obținute de elevii unei școli la un test.

Punctaj	5	6	7	8	9	10
Nr. elevi	6	14	15	15	25	25

Conform informațiilor din tabel, probabilitatea ca, alegând un elev din această școală, acesta să aibă la acest test un punctaj mai mic sau egal cu 8 este egală cu

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $m(\sphericalangle DAB) = 90^\circ$ și bazele AB și CD .
- 5p 2. Determinați numerele naturale de două cifre care împărțite pe rând la 6 și la 15 dau de fiecare dată restul 5.
- 5p 3. Un automobil a parcurs un traseu în trei etape. În prima etapă a parcurs cu 20km mai puțin decât $\frac{2}{3}$ din lungimea traseului, în a doua etapă a parcurs cu 15km mai mult decât $\frac{3}{5}$ din rest, iar în ultima etapă, restul de 65km. Determinați lungimea traseului parcurs de automobil.
4. Se consideră numerele reale $a = \sqrt{3}(4\sqrt{2} + 3\sqrt{3}) - 2(\sqrt{24} + 3)$ și $b = |5 - 3\sqrt{3}| + 2\left(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$.
- 5p a) Arătați că $a = 3$.
- 5p b) Arătați că numărul $n = \frac{a+b}{2}$ aparține intervalului $(3, 2\sqrt{3})$.
- 5p 5. Se consideră expresia $E(x) = ((x+4)^2 - 3(x+4) - 1)(x^2 + 5x - 3) + 9$, unde x este număr real. Arătați că, pentru orice număr natural a , numărul $E(a)$ este pătratul unui număr natural par.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AB=10\text{cm}$, $AD=6\text{cm}$ și $m(\sphericalangle BAD)=45^\circ$. În exteriorul paralelogramului $ABCD$ se construiesc pătratele $ADEF$ și $ABMN$.

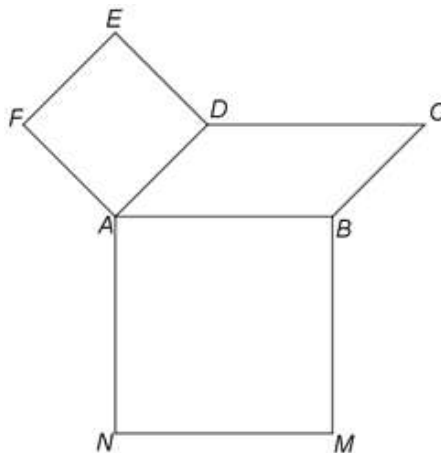


Figura 2

- 5p a) Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu 32cm .
5p b) Calculați aria patrulaterului $ABCD$.
5p c) Demonstrați că punctul A este ortocentrul triunghiului CFN .

2. În *Figura 3* este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu $AB=12\text{cm}$ și dreptele AM , BN , CP și DQ , perpendiculare pe planul (ABC) , astfel încât punctele M , N , P și Q sunt situate de aceeași parte a planului (ABC) și $AM=2\text{cm}$, $BN=8\text{cm}$, $CP=10\text{cm}$ și $DQ=4\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD , iar punctul E este mijlocul segmentului MP .

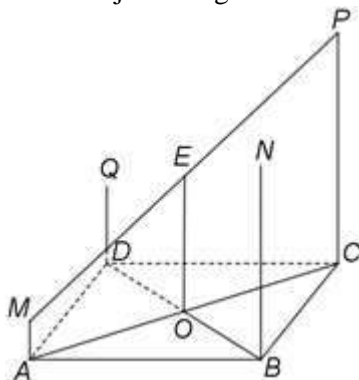


Figura 3

- 5p a) Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 72cm^2 .
5p b) Demonstrați că dreapta EO este perpendiculară pe planul (ABC) .
5p c) Demonstrați că punctele M , N , P și Q sunt coplanare.

SUBIECTUL I

1.	6	5p
2.	60	5p
3.	0	5p
4.	24	5p
5.	90	5p
6.	$\frac{1}{2}$	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează trapezul dreptunghic Notează trapezul dreptunghic $ABCD$ cu $m(\sphericalangle DAB) = 90^\circ$ și bazele AB și CD	4p 1p
2.	$\overline{ab} = 6x + 5$, $\overline{ab} = 15y + 5$, unde x și y sunt câturile obținute în fiecare caz, deci numărul $\overline{ab} - 5$ este divizibil cu 6 și cu 15 $\overline{ab} - 5 \in \{30, 60, 90\}$, deci $\overline{ab} = 35$, $\overline{ab} = 65$ sau $\overline{ab} = 95$	2p 3p
3.	$\left(\frac{2}{3} \cdot x - 20\right) + \frac{3}{5} \left(x - \frac{2}{3} \cdot x + 20\right) + 15 + 65 = x$, unde x este lungimea traseului parcurs de automobil $x = 540 \text{ km}$	3p 2p
4.	a) $a = 4\sqrt{6} + 9 - 2(2\sqrt{6} + 3) = 4\sqrt{6} + 9 - 4\sqrt{6} - 6 = 3$ b) $b = (3\sqrt{3} - 5) + 2 \cdot \frac{3}{2} - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} - 5 + 3 - \sqrt{3} + 2 = 2\sqrt{3}$ $n = \frac{a+b}{2} = \frac{3+2\sqrt{3}}{2}$ și, cum $3 < 2\sqrt{3}$, obținem $3 < \frac{3+2\sqrt{3}}{2}$ și $\frac{3+2\sqrt{3}}{2} < 2\sqrt{3}$, deci $n \in (3, 2\sqrt{3})$	3p 2p 3p 2p
5.	$E(x) = (x^2 + 8x + 16 - 3x - 12 - 1)(x^2 + 5x - 3) + 9 = (x^2 + 5x + 3)(x^2 + 5x - 3) + 9 = (x^2 + 5x)^2 - 3^2 + 9 = (x^2 + 5x)^2$, pentru orice număr real x Pentru orice număr natural a , $E(a) = (a(a+5))^2$ și, cum a și $a+5$ sunt numere naturale de parități diferite, produsul lor este un număr natural par, deci $E(a)$ este pătratul unui număr natural par	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $ABCD$ este paralelogram, deci $P_{ABCD} = 2(AB + AD) = 2(10 + 6) = 32 \text{ cm}$ b) Cum $m(\sphericalangle BAD) = 45^\circ$, $\triangle DAP$ este dreptunghic isoscel, unde $DP \perp AB$, $P \in AB$, deci $DP = 3\sqrt{2} \text{ cm}$ $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot DP = 10 \cdot 3\sqrt{2} = 30\sqrt{2} \text{ cm}^2$ c) $ABCD$ este paralelogram și $m(\sphericalangle BAD) = 45^\circ$, deci $m(\sphericalangle ADC) = 135^\circ$ și $ADEF$ este pătrat, deci $m(\sphericalangle ADF) = 45^\circ$, de unde obținem $m(\sphericalangle CDF) = 180^\circ$, deci punctele C , D și F sunt coliniare și, cum $NA \perp AB$ și $AB \parallel CD$, obținem $NA \perp CF$ $m(\sphericalangle ABC) = 135^\circ$ și $ABMN$ este pătrat, deci $m(\sphericalangle ABN) = 45^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle NBC) = 180^\circ$, deci punctele N , B și C sunt coliniare și, cum $FA \perp AD$ și $AD \parallel BC \Rightarrow FA \perp NC$ și, cum $NA \cap FA = \{A\}$, obținem că punctul A este ortocentrul triunghiului CFN	3p 2p 2p 3p
2.	a) $\triangle ABC$ este dreptunghic isoscel, deci $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{AB^2}{2} = \frac{144}{2} = 72 \text{ cm}^2$ b) $MA \perp (ABC)$ și $PC \perp (ABC) \Rightarrow MA \parallel PC$ și, cum O este mijlocul segmentului AC și E este mijlocul segmentului MP , obținem că EO este linie mijlocie în trapezul $ACPM$ $EO \parallel MA$ și $MA \perp (ABC)$, deci $EO \perp (ABC)$ c) FO este linie mijlocie în trapezul $DBNQ$, unde F este mijlocul segmentului NQ , deci $FO \parallel NB$ și $FO = \frac{DQ + NB}{2} = 6 \text{ cm}$ $EO = 6 \text{ cm} \Rightarrow EO = FO$ și, cum $EO \perp (ABC)$, $FO \perp (ABC)$ și punctele E , F sunt situate de aceeași parte a planului (ABC) , obținem că E și F coincid, deci dreptele MP și NQ sunt concurente, de unde obținem că punctele M , N , P și Q sunt coplanare	3p 2p 3p 2p 3p