

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 33

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $11 - 11 \cdot (8 - 16 : 2)$ este egal cu
- 5p 2. Zece caiete de același fel costă în total 40 de lei. Cinci dintre aceste caiete costă în total ... de lei.
- 5p 3. Suma numerelor întregi din intervalul $[-3, 4)$ este egală cu
- 5p 4. Rombul $ABCD$ are $AB = 2\sqrt{2}$ cm. Perimetrul acestui romb este egal cu ... cm.
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentată o prismă triunghiulară $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul echilateral ABC . Unghiul dreptelor $A'C'$ și BC are măsura de ...°.

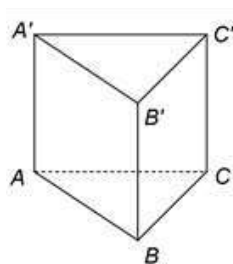
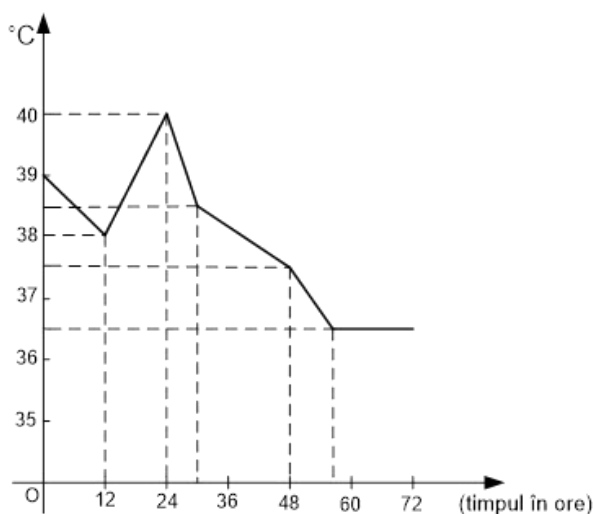


Figura 1

- 5p 6. În graficul de mai jos este înregistrată temperatura unui pacient pe parcursul a 72 de ore.



Conform informațiilor din grafic, temperatura înregistrată pentru acest pacient a scăzut sub $37,5^{\circ}\text{C}$ după ... de ore.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară cu vârful V și baza triunghiul ABC .
- 5p 2. Suma a trei numere naturale nenule, distincte două câte două, este egală cu 14. Dacă unul dintre numere se dublează, suma lor devine 24. Arătați că produsul celor trei numere este egal cu 30.
- 5p 3. O ciupercă proaspătă cântărește 20g și conține 90% apă. Prin uscare, 50% din apa conținută de ciupercă se evaporă. Calculați cât cântărește ciuperca după uscare.

4. Se consideră numerele $a = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5}$ și $b = (\sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{2}) + 6 - 2\sqrt{10}$.

5p a) Arătați că $a - \frac{1}{2} \cdot a = 1 - \frac{1}{2^6}$.

5p b) Arătați că $a < b$.

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = 2(x+3)(x-3) - (x-1)^2 - 16$, unde x este număr real. Determinați numărul natural n pentru care $E(n)$ este număr natural prim.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi echilateral ABC înscris în cercul de centru O și rază $OA = 4\sqrt{3}$ cm. Segmentul BQ este diametru în cercul de centru O și rază OA , iar M este punctul de intersecție a dreptei BQ cu tangenta la cerc în punctul A .

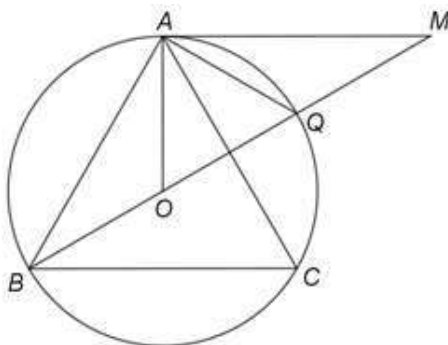


Figura 2

5p a) Arătați că aria cercului de centru O și rază OA este egală cu 48π cm².

5p b) Arătați că $AQ = 4\sqrt{3}$ cm.

5p c) Demonstrați că patrulaterul $ABCM$ este romb.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu baza pătratul $ABCD$, $AB = 8$ cm și $VA = VB = VC = VD = 8$ cm. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD .

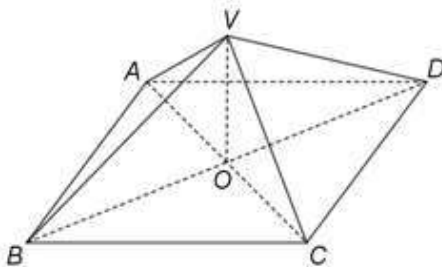


Figura 3

5p a) Arătați că perimetrul pătratului $ABCD$ este egal cu 32 cm.

5p b) Arătați că distanța de la punctul V la planul (ABC) este egală cu $\frac{AC}{2}$.

5p c) Determinați măsura unghiului dintre dreapta BM și planul (VDM) , unde punctul M este simetricul punctului B față de punctul C .

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	11	5p
2.	20	5p
3.	0	5p
4.	$8\sqrt{2}$	5p
5.	60	5p
6.	48	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează piramida triunghiulară Notează piramida triunghiulară cu vârful V și baza triunghiul ABC	4p 1p
2.	$a + b + c = 14$ și $2a + b + c = 24$, deci $a = 10$, unde a , b și c sunt cele trei numere Numerele naturale b și c sunt nenule, distincte și au suma 4, deci $bc = 1 \cdot 3 = 3 \Rightarrow abc = 30$	3p 2p
3.	Cantitatea de apă din ciuperca proaspătă este $\frac{90}{100} \cdot 20 = 18$ g Cum s-au evaporat $\frac{50}{100} \cdot 18 = 9$ g, după uscarea ciuperca cântărește $20 - 9 = 11$ g	2p 3p
4.	a) $a - \frac{1}{2} \cdot a = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} \right) =$ $= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^3} - \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^5} - \frac{1}{2^6} = 1 - \frac{1}{2^6}$	3p 2p
	b) $b = (\sqrt{3} - (\sqrt{5} - \sqrt{2}))(\sqrt{3} + (\sqrt{5} - \sqrt{2})) + 6 - 2\sqrt{10} = 3 - (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 + 6 - 2\sqrt{10} =$ $= 9 - (5 - 2\sqrt{10} + 2) - 2\sqrt{10} = 2$ $\frac{1}{2} \cdot a = 1 - \frac{1}{2^6} \Rightarrow a = 2 - \frac{1}{2^5} < 2 = b$	3p 2p
5.	$E(x) = 2(x^2 - 9) - (x^2 - 2x + 1) - 16 = 2x^2 - 18 - x^2 + 2x - 1 - 16 = x^2 + 2x - 35$, pentru orice număr real x $E(n) = (n - 5)(n + 7)$ și, cum n este număr natural, $E(n)$ este număr natural prim dacă $n - 5 = 1$, deci $n = 6$, care convine deoarece $E(6) = 13$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\mathcal{A}_{C(O,OA)} = \pi \cdot OA^2 =$ $= \pi \cdot (4\sqrt{3})^2 = 48\pi \text{ cm}^2$	3p 2p
	b) BQ este diametru, deci $BQ = 8\sqrt{3}$ cm și $m(\angle BAQ) = 90^\circ$ $\triangle ABC$ este echilateral, deci $AB = OA\sqrt{3}$ cm = 12 cm, deci $AQ = \sqrt{BQ^2 - AB^2} = 4\sqrt{3}$ cm	2p 3p
	c) $m(\angle BAO) = 30^\circ$ și $OA \perp AM$, deci $m(\angle BAM) = 120^\circ$ și, cum $m(\angle ABO) = 30^\circ$, obținem $m(\angle AMB) = 30^\circ$, deci $\triangle ABM$ este isoscel $OA \perp AM$ și $AO \perp BC \Rightarrow AM \parallel BC$ și, cum $AM = AB = BC$, obținem că $ABCM$ este romb	2p 3p
2.	a) $P_{ABCD} = 4AB =$ $= 4 \cdot 8 = 32$ cm	3p 2p
	b) $ABCD$ este pătrat, deci $AO = BO = CO = DO$, de unde obținem că VO este mediană în triunghiurile isoscele VAC și VBD , deci $VO \perp AC$ și $VO \perp BD$ și, cum $\{O\} = AC \cap BD$, obținem că $VO \perp (ABC)$, deci $d(V, (ABC)) = VO$ $\triangle VOA$ este dreptunghic, $VA = 8$ cm, $OA = 4\sqrt{2}$ cm, deci $VO = \sqrt{64 - 32} = 4\sqrt{2}$ cm $\Rightarrow VO = \frac{AC}{2}$	3p 2p
	c) $\triangle VBC$ echilateral, deci $CV = CB = CM \Rightarrow \triangle VBM$ este dreptunghic, deci $VB \perp VM$ și, cum $OB = OD = OV \Rightarrow \triangle VBD$ este dreptunghic, deci $VB \perp VD$ și, cum $\{V\} = VM \cap VD$, obținem $BV \perp (VDM)$, deci $m(\angle(BM, (VDM))) = m(\angle(BM, VM)) = m(\angle BMV)$ $\triangle VBM$ este dreptunghic în V și $m(\angle VBM) = 60^\circ$, deci $m(\angle BMV) = 30^\circ$	3p 2p