EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 34

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $10-(10-20:2)\cdot 6$ este egal cu $\ldots$.

5p **2.** Dacă $\frac{x-4}{12}=\frac{1}{6}$, atunci x este egal cu $\ldots$.

5p **3.** Cel mai mic număr întreg care aparține intervalului $(-5,5)$ este egal cu $\ldots$.

5p **4.** Pătratul $ABCD$ are diagonala $AC=2\sqrt{2}\,\text{cm}$. Aria acestui pătrat este egală cu $\ldots\ \text{cm}^2$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu $VO\perp(ABC)$. Unghiul dreptelor VO și DC are măsura de $\ldots°$.

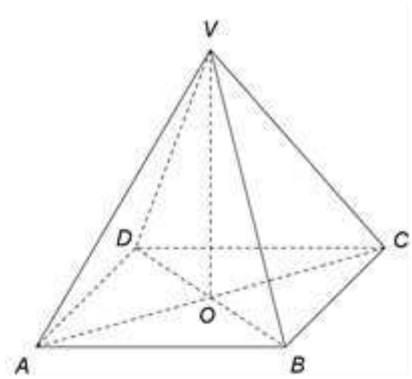
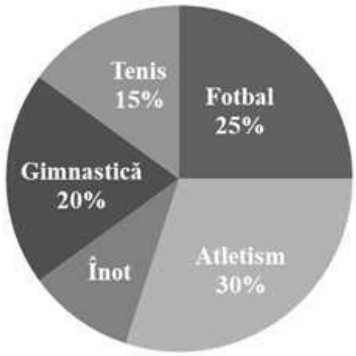


Figura 1

5p **6.** În diagrama următoare este reprezentată distribuția celor 240 de elevi ai unui club sportiv în funcție de sportul practicat. Fiecare elev practică un singur sport.



Conform informațiilor din diagramă, numărul elevilor care practică înotul este egal cu $\ldots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un cub $ABCDA'B'C'D'$.

5p **2.** Determinaţi numărul natural $\overline{abc}$ cu proprietatea că $\overline{abc}+\overline{bc}=176$.

5p **3.** O echipă de hochei are în lot 15 jucători. Într-un meci, fiecare hocheist a jucat același număr de minute, iar în teren s-au aflat în permanență 6 jucători. Determinaţi câte minute a jucat un hocheist, știind că meciul a durat o oră.

4. Se consideră numerele reale $a=\frac{201}{2}+\frac{401}{4}+\frac{601}{6}+\frac{1201}{12}$ și $b=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{32}+\sqrt{48}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{32}-\sqrt{48}}:\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$.

5p **a)** Arătați că $a=401$.

5p **b)** Calculați media aritmetică a numerelor a și b.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=2(x+1)(x-3)+(x+3)(1-x)+(x+2)(2-x)+6x$, unde x este număr real. Arătați că $E^2(1)+E^2(2)+E^2(3)+\ldots+E^2(2020)=2020E(x)$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AD\perp BD$, $AB=10\text{cm}$ şi $AD=5\text{cm}$. Punctul O este intersecția diagonalelor AC și BD, iar punctul E este simetricul punctului C față de punctul B.

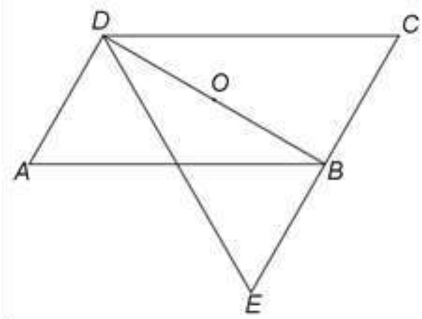


Figura 2

5p **a)** Arătaţi că $BD=5\sqrt{3}\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că triunghiul DEC este echilateral.

5p **c)** Arătaţi că, dacă P este punctul de intersecţie a dreptelor AB şi DE, atunci aria patrulaterului $BCOP$ este egală cu $\frac{75\sqrt{3}}{8}\text{cm}^2$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB=8\text{cm}$, $BC=12\text{cm}$ și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD. Punctul M este mijlocul laturii AD, dreapta MN este perpendiculară pe planul (ABC) și $MN=6\text{cm}$.

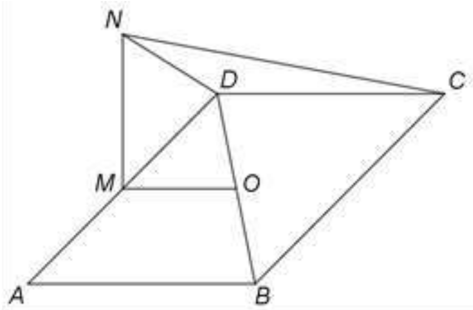


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu 96cm^2.

5p **b)** Demonstrați că dreapta MO este paralelă cu planul (NCD).

5p **c)** Se consideră punctul P, mijlocul laturii BC. Demonstrați că distanța de la punctul P la dreapta AN este mai mare decât 9cm.

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE **Test 34**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	10	**5p**
2.	6	**5p**
3.	–4	**5p**
4.	4	**5p**
5.	90	**5p**
6.	24	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează cubul Notează cubul $ABCDA'B'C'D'$	**4p** **1p**
2.	$\overline{abc}+\overline{bc}=176 \Rightarrow a=1$ $100+2\overline{bc}=176 \Rightarrow \overline{bc}=38$, deci $\overline{abc}=138$	**2p** **3p**
3.	Numărul total de minute jucate este egal cu $6\cdot 60=360$ de minute Cum aceste 360 de minute sunt jucate de 15 hocheiști în mod egal, rezultă că fiecare hocheist a jucat $360:15=24$ de minute	**2p** **3p**
4.	**a)** $a=100+\frac{1}{2}+100+\frac{1}{4}+100+\frac{1}{6}+100+\frac{1}{12}=400+\frac{6+3+2+1}{12}=$ $=400+\frac{12}{12}=401$	**3p** **2p**
	b) $b=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+4\sqrt{2}+4\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+4\sqrt{2}-4\sqrt{3}}:\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{5\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{5\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)}\cdot\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=1$ $m_a=\frac{a+b}{2}=\frac{401+1}{2}=201$	**3p** **2p**
5.	$E(x)=2\left(x^2-3x+x-3\right)+\left(x-x^2+3-3x\right)+\left(2x-x^2+4-2x\right)+6x=1$, pentru orice număr real x $E^2(1)+E^2(2)+E^2(3)+\ldots+E^2(2020)=\underbrace{1+1+1+\ldots+1}_{1 \text{ de } 2020 \text{ ori}}=2020=2020E(x)$, pentru orice număr real x	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** ΔABD este dreptunghic în D, deci $BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=$ $=\sqrt{100-25}=5\sqrt{3}\,\text{cm}$	**3p** **2p**
	b) Punctul E este simetricul punctului C față de punctul B deci $EC=2BC=10\,\text{cm}$ B este mijlocul segmentului CE și $AD\perp BD$ și $AD\parallel BC\Rightarrow DB\perp CE$, deci ΔDEC este isoscel și, cum $DC=EC=10\,\text{cm}$, obținem că ΔDEC este echilateral	**2p** **3p**
	c) $AD\parallel BE$, $AD=BE\Rightarrow AEBD$ este paralelogram și, cum $\{P\}=AB\cap DE$, obținem că P este mijlocul segmentului AB și, cum O este mijlocul segmentului $BD\Rightarrow PO$ este linie mijlocie în $\Delta ABD\Rightarrow PO\parallel AD$ și $PO=\frac{AD}{2}$ $AD\parallel BC\Rightarrow PO\parallel BC\Rightarrow BCOP$ trapez și, cum $OB\perp BC$, obținem $\mathcal{A}_{BCOP}=\frac{(PO+BC)\cdot BO}{2}=$ $=\frac{\left(\frac{5}{2}+5\right)\cdot\frac{5\sqrt{3}}{2}}{2}=\frac{75\sqrt{3}}{8}\,\text{cm}^2$	**3p** **2p**
2.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD}=AB\cdot BC=$ $=8\cdot 12=96\,\text{cm}^2$	**3p** **2p**
	b) $ABCD$ dreptunghi și $\{O\}=AC\cap BD\Rightarrow O$ este mijlocul lui AC și, cum M este mijlocul laturii AD, obținem că MO este linie mijlocie în ΔADC $MO\parallel DC$ și $DC\subset(NDC)$, deci $MO\parallel(NDC)$	**2p** **3p**
	c) $BP=\frac{BC}{2}$ și cum $AD=BC$, obținem $AM=BP$ și, cum $AM\parallel BP$, obținem $PM\perp AD$ și, cum $MN\perp(ABC)\Rightarrow PM\perp MN$ și $\{M\}=MN\cap AD\Rightarrow PM\perp(NAD)$ $PM\perp(NAD)$, $MQ\perp AN$, $Q\in AN$ și $AN\subset(NAD)\Rightarrow PQ\perp AN$, deci $d(P,AN)=PQ$ $AM\perp MN$, $MQ\perp AN\Rightarrow MQ=\frac{AM\cdot MN}{AN}=3\sqrt{2}\,\text{cm}\Rightarrow PQ=\sqrt{PM^2+MQ^2}=\sqrt{82}>\sqrt{81}=9\,\text{cm}$	**2p** **1p** **2p**