EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 35

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $55-5\cdot(15-16:4)$ este egal cu $\ldots$.

5p **2.** Șase creioane de același fel costă $7,50$ lei. Un astfel de creion costă $\ldots$lei.

5p **3.** Cel mai mare număr natural care aparține intervalului $(-1,6)$ este egal cu $\ldots$.

5p **4.** Lungimea unui cerc este egală cu 30πcm. Raza acestui cerc este egală cu $\ldots$cm.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDEFGH$. Unghiul dreptelor BC și EG are măsura de $\ldots^\circ$.

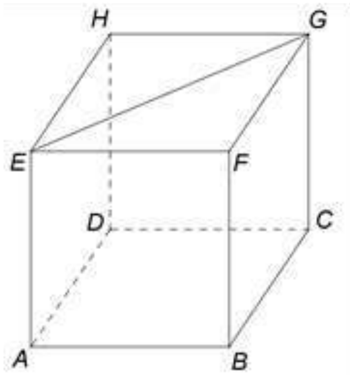
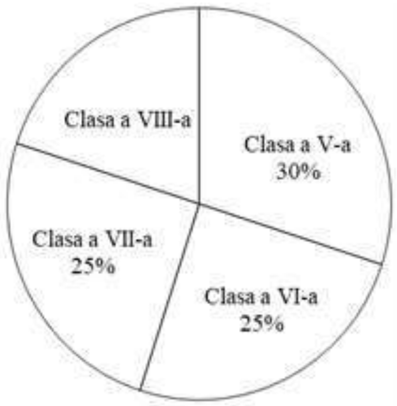


Figura 1

5p **6.** La un concurs sportiv sunt înscriși 100 de elevi din clasele de gimnaziu ale unei școli. În diagrama de mai jos este prezentată repartiția procentuală, pe clase, a elevilor înscriși la concurs.



Conform informațiilor din diagramă, numărul de elevi din clasele a VII-a și a VIII-a, înscriși la acest concurs este egal cu $\ldots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$.

5p **2.** Determinați perechile (m,n) de numere naturale pentru care $(m-3)\cdot n^2=36$.

5p **3.** Trei copii iau pe rând mere dintr-un coș. Primul copil ia jumătate din mere, plus un măr. Al doilea copil ia jumătate din merele rămase, plus un măr. Al treilea copil ia jumătate din merele rămase, plus un măr și coșul rămâne gol. Calculați câte mere au fost în coș.

4. Se consideră numerele $x=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{14}-\sqrt{10}}{2}+\frac{\sqrt{48}-\sqrt{28}}{\sqrt{8}}$ și $y=\left(0,(3)+\frac{2}{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)$.

5p **a)** Arătați că $x=\sqrt{\frac{3}{2}}$.

5p **b)** Arătați că numărul $N=2x^2y$ este natural.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x+1)(2x-3)+2(x-1)^2-4(x+3)(x-1)$, unde x este număr real. Determinați cel mai mare număr întreg m pentru care $E(m)\geq 24$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB=16\text{cm}$ şi $AD\perp BC$, $D\in BC$. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor DC și AD, iar punctul E este proiecția punctului D pe dreapta AC.

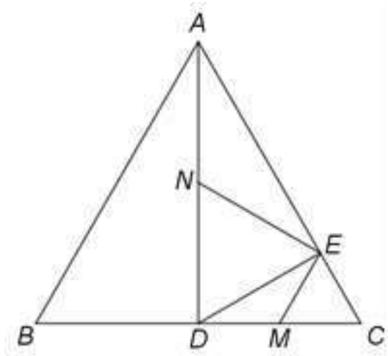


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 48cm.

5p **b)** Demonstrați că dreptele ME și NE sunt perpendiculare.

5p **c)** Calculați aria patrulaterului $BDNF$, unde F este punctul de intersecție a dreptelor EN și AB.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu baza pătratul $ABCD$, $AB=20\text{cm}$, $VA=20\text{cm}$ și $VO\perp(ABC)$, unde O este punctul de intersecție al dreptelor AC și BD. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor VO și OC.

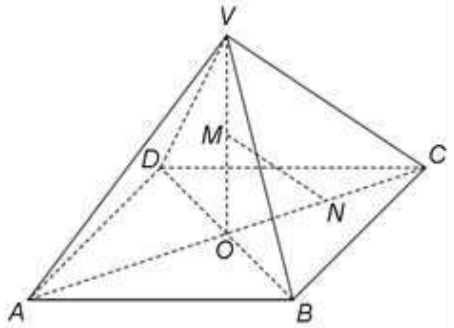


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 400cm^2.

5p **b)** Determinați măsura unghiului dreptelor MN și VA.

5p **c)** Demonstrați că distanța de la punctul M la planul (VBC) este egală cu $\frac{5\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.

SUBIECTUL I BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE **Test 35** **(30 de puncte)**

1.	0	**5p**
2.	1,25	**5p**
3.	5	**5p**
4.	15	**5p**
5.	45	**5p**
6.	45	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează trapezul isoscel	**4p**
	Notează trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$	**1p**
2.	$(m-3)\cdot n^2 = 36$ şi, cum m, n sunt numere naturale, obţinem că $n^2 \in \{1,4,9,36\}$, deci $n \in \{1,2,3,6\}$	**3p**
	Perechile (m,n) sunt $(4,6)$, $(7,3)$, $(12,2)$ sau $(39,1)$	**2p**
3.	Dacă a este numărul de mere rămase în coş după ce primii doi copii au luat mere, atunci $\frac{a}{2}+1=a$, deci $a=2$	**2p**
	Dacă b este numărul de mere rămase în coş după ce primul copil a luat mere, atunci $b-\left(\frac{b}{2}+1\right)=2$, deci $b=6$	**2p**
	Dacă c este numărul iniţial de mere din coş, atunci $c-\left(\frac{c}{2}+1\right)=6$, deci $c=14$	**1p**
4.	**a)** $x=\sqrt{\frac{5}{2}}-\sqrt{\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{14}{4}}-\sqrt{\frac{10}{4}}+\sqrt{\frac{48}{8}}-\sqrt{\frac{28}{8}}=\sqrt{\frac{5}{2}}-\sqrt{\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{7}{2}}-\sqrt{\frac{5}{2}}+\sqrt{6}-\sqrt{\frac{7}{2}}=$	**3p**
	$=\sqrt{6}-\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$	**2p**
	b) $y=\left(\frac{3}{9}+\frac{2}{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)=\left(1+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)=2-1=1$	**3p**
	$N=2x^2y=2\cdot\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2\cdot 1=2\cdot\frac{3}{2}=3$, care este număr natural	**2p**
5.	$E(x)=2x^2-3x+2x-3+2\left(x^2-2x+1\right)-4\left(x^2-x+3x-3\right)=2x^2-x-3+2x^2-4x+2-4x^2-8x+12=$ $=-13x+11$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(m)\geq 24 \Leftrightarrow -13m+11\geq 24 \Leftrightarrow m\leq -1$, deci cel mai mare număr întreg m pentru care $E(m)\geq 24$ este $m=-1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $P_{\Delta ABC}=3AB=$	**3p**
	$=3\cdot 16=48\,\text{cm}$	**2p**
	b) ΔAED este dreptunghic în E şi N este mijlocul segmentului $AD \Rightarrow NA=NE=ND$ şi ΔDEC este dreptunghic în E şi M este mijlocul segmentului $DC \Rightarrow MD=ME=MC$	**2p**
	$ND=NE$, $MD=ME$ şi MN latură comună $\Rightarrow \Delta NDM \equiv \Delta NEM$, deci $\sphericalangle NDM \equiv \sphericalangle NEM$ şi, cum $ND\perp MD$, obţinem că dreptele ME şi NE sunt perpendiculare	**3p**
	c) ΔANE este isoscel şi $m(\sphericalangle EAN)=30^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle AEN)=30^\circ$ şi, cum $m(\sphericalangle EAF)=60^\circ$, obţinem că $m(\sphericalangle AFE)=90^\circ \Rightarrow \Delta AFN$ este dreptunghic cu $AN=4\sqrt{3}\,\text{cm}$ şi $m(\sphericalangle NAF)=30^\circ$, deci $NF=2\sqrt{3}\,\text{cm}$ şi $AF=6\,\text{cm}$	**3p**
	$\mathcal{A}_{BDNF}=\mathcal{A}_{\Delta ABD}-\mathcal{A}_{\Delta AFN}=\frac{8\cdot 8\sqrt{3}}{2}-\frac{6\cdot 2\sqrt{3}}{2}=26\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**2p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD}=AB^2=$	**3p**
	$=20^2=400\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) M şi N sunt mijloacele segmentelor VO şi OC, deci MN este linie mijlocie în ΔVOC, deci $MN \parallel VC$, de unde obţinem că $m(\sphericalangle(MN,VA))=m(\sphericalangle(VC,VA))$	**3p**
	$\Delta VOA \equiv \Delta VOC \Rightarrow VA=VC=20\,\text{cm}$ şi, cum $AC=20\sqrt{2}\,\text{cm}$, obţinem că $AC^2=VA^2+VC^2$, deci $m(\sphericalangle(VC,VA))=m(\sphericalangle AVC)=90^\circ$	**2p**
	c) $VO\perp(ABC)$, $OP\perp BC$, unde P este mijlocul lui BC şi $BC\subset(ABC)\Rightarrow VP\perp BC$ şi, cum $OP\cap VP=\{P\}$, obţinem $BC\perp(VOP)\Rightarrow BC\perp MQ$, unde $Q\in VP$ astfel încât $MQ\perp VP$	**2p**
	$MQ\perp VP$, $MQ\perp BC$ şi $VP\cap BC=\{P\}\Rightarrow MQ\perp(VBC)$, deci $d(M,(VBC))=MQ$ şi, cum $VO=10\sqrt{2}\,\text{cm}$, $VP=10\sqrt{3}\,\text{cm}$ şi $\Delta VMQ\sim\Delta VPO\Rightarrow\frac{VM}{VP}=\frac{MQ}{PO}$, obţinem $MQ=\frac{5\sqrt{6}}{3}\,\text{cm}$	**3p**