EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 36

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $3 \cdot 10 - 10$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Dintre numerele $2,(3)$ și $2,3$, mai mare este numărul $\dots$.

5p **3.** Dacă suma a două numere naturale consecutive este egală cu 11, atunci cel mai mic dintre numere este egal cu $\dots$.

5p **4.** Un triunghi dreptunghic isoscel are o catetă egală cu 6cm. Aria acestui triunghi este egală cu $\dots \text{cm}^2$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu muchia de 5cm. Lungimea segmentului AC este egală cu $\dots\text{cm}$.

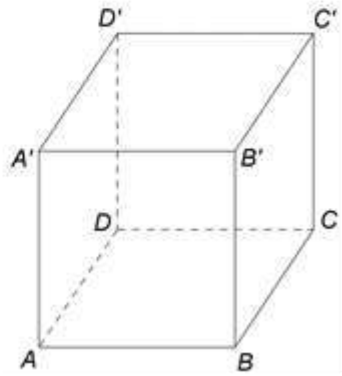

Figura 1

5p **6.** În tabelul următor sunt prezentate informații despre înălțimile jucătorilor din lotul unei echipe de baschet.

Înălțimea (în cm)	190 - 194	195 - 199	200 - 204	205 - 210
Nr. de jucători	4	3	3	2

Conform informațiilor din tabel, numărul jucătorilor din lot care au înălțimea mai mare sau egală cu 2m este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, un triunghi ABC dreptunghic în A.

5p **2.** Determinați cel mai mare număr natural de trei cifre distincte două câte două, care are suma cifrelor egală cu 20.

5p **3.** Un obiect s-a ieftinit cu 20% și apoi noul preț s-a mărit cu 20%. Ultimul preț este egal cu 288 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.

4. Se consideră numerele $x = \dfrac{2\sqrt{24}}{\sqrt{54} - \sqrt{2} \cdot \left(\sqrt{27} - \sqrt{6}\right)} \cdot \sqrt{2}$ și $y = \sqrt{147} \cdot \left(\dfrac{1}{\sqrt{3}} + \dfrac{1}{\sqrt{7}}\right) + \sqrt{28} \cdot \left(\dfrac{1}{\sqrt{7}} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

5p **a)** Arătați că $x = 4$.

5p **b)** Calculați media geometrică a numerelor x și y.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x) = (x+1)^2 + (x-3)^2 - \left(7 + x^2\right)$, unde x este număr real. Arătați că numărul natural $E(n)$ este multiplu de 8, pentru orice număr natural impar n.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AD \perp AB$, $AB \parallel CD$, $AB = 8\text{cm}$, $CD = 4\text{cm}$ și $AD = 4\sqrt{3}\text{cm}$. Punctul E este situat pe latura BC astfel încât ΔADE este echilateral.

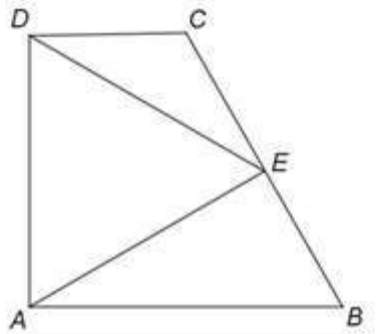

Figura 2

5p **a)** Arătați că aria trapezului $ABCD$ este egală cu $24\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p **b)** Arătați că perimetrul trapezului $ABCD$ este mai mic decât 27cm.

5p **c)** Demonstrați că punctul E este mijlocul laturii BC.

2. În *Figura 3* este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB = 20\text{cm}$ și punctele M și N, situate de aceeași parte a planului (ABC), astfel încât $MA \perp (ABC)$, $NC \perp (ABC)$, $MA = 30\text{cm}$ și $NC = 15\text{cm}$.

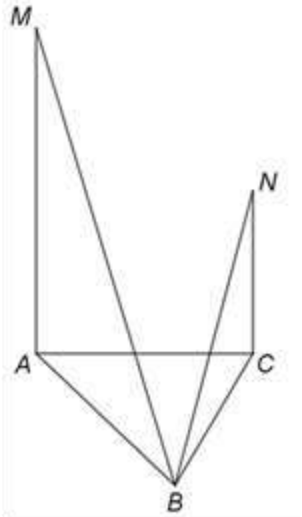

Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 60cm.

5p **b)** Demonstrați că dreapta MA este paralelă cu planul (NBC).

5p **c)** Determinați distanța de la punctul M la dreapta de intersecție a planelor (MNB) și (ABC).

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE **Test 36**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	20	**5p**
2.	$2,(3)$	**5p**
3.	5	**5p**
4.	18	**5p**
5.	$5\sqrt{2}$	**5p**
6.	5	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează triunghiul dreptunghic	**4p**
	Notează triunghiul ABC dreptunghic în A	**1p**
2.	$a+b+c=20$ și, cum $\overline{abc}$ este cel mai mare număr natural de trei cifre distincte două câte două, obținem $a=9$	**2p**
	$b+c=11 \Rightarrow b=8$ și $c=3$, deci numărul este 983	**3p**
3.	$x-\frac{20}{100}\cdot x+\frac{20}{100}\left(x-\frac{20}{100}\cdot x\right)=288$, unde x este prețul inițial al obiectului	**3p**
	$x=300$ de lei	**2p**
4.	**a)** $x=\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{54}-\sqrt{54}+2\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2}=\frac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2}=$	**3p**
	$=\frac{4\sqrt{12}}{2\sqrt{3}}=\frac{4\cdot 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=4$	**2p**
	b) $y=\sqrt{\frac{147}{3}}+\sqrt{\frac{147}{7}}+\sqrt{\frac{28}{7}}-\sqrt{\frac{28\cdot 3}{4}}=\sqrt{49}+\sqrt{21}+\sqrt{4}-\sqrt{21}=7+2=9$	**3p**
	$m_g=\sqrt{xy}=\sqrt{4\cdot 9}=6$	**2p**
5.	$E(x)=x^2+2x+1+x^2-6x+9-7-x^2=x^2-4x+3$, pentru orice număr real x	**3p**
	Pentru $n=2k+1$, unde $k\in\mathbb{N}$, $E(2k+1)=(2k+1)^2-4(2k+1)+3=4k^2-4k=4k(k-1)$, și, cum $k(k-1)$ este număr natural par, obținem că $E(n)$ este multiplu de 8, pentru orice număr natural impar n	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD}=\frac{(AB+CD)\cdot AD}{2}=$	**3p**
	$=\frac{(8+4)\cdot 4\sqrt{3}}{2}=24\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) $ADCM$ dreptunghi, unde $CM\perp AB$, $M\in AB \Rightarrow AM=CD=4\,\text{cm}$ și $CM=AD=4\sqrt{3}\,\text{cm}$ și, cum ΔBCM este dreptunghic, obținem $BC=8\,\text{cm}$	**2p**
	$P_{ABCD}=AB+BC+CD+DA=20+4\sqrt{3}\,\text{cm}$ și, cum $4\sqrt{3}<7 \Leftrightarrow \sqrt{48}<\sqrt{49}$, obținem că $P_{ABCD}<27\,\text{cm}$	**3p**
	c) ΔADE este echilateral, deci $EF\perp AD$, unde F este mijlocul segmentului AD și, cum $AD\perp AB$, obținem că $EF \parallel AB$	**2p**
	$EF\parallel AB$ și F este mijlocul segmentului AD, deci EF este linie mijlocie în trapezul $ABCD$, de unde obținem că punctul E este mijlocul laturii BC	**3p**
2.	**a)** $P_{\Delta ABC}=3AB=$	**3p**
	$=3\cdot 20=60\,\text{cm}$	**2p**
	b) $MA\perp(ABC)$ și $NC\perp(ABC) \Rightarrow MA \parallel NC$	**2p**
	$MA\parallel NC$ și $NC\subset(NBC)$, deci $MA\parallel(NBC)$	**3p**
	c) $(MNB)\cap(ABC)=BP$, unde P este punctul de intersecție a dreptelor MN și AC și, cum $MA\parallel NC \Rightarrow \Delta PCN \sim \Delta PAM$, deci $\frac{PC}{PA}=\frac{NC}{MA}=\frac{PN}{PM}$, de unde obținem $\frac{PC}{PA}=\frac{1}{2}$, deci C este mijlocul segmentului AP	**2p**
	$CA=CB=CP \Rightarrow \Delta ABP$ este dreptunghic $\Rightarrow AB\perp BP$ și, cum $MA\perp(ABC)$ și $BP\subset(ABC)$, obținem că $MB\perp BP$, deci $d(M,BP)=MB=\sqrt{MA^2+AB^2}=10\sqrt{13}\,\text{cm}$	**3p**