EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 39

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $35-5\cdot 6$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Cel mai mic multiplu comun al numerelor 6 și 9 este egal cu $\dots$.

5p **3.** Cel mai mic număr întreg din intervalul $(-5,4)$ este egal cu $\dots$.

5p **4.** Măsurile a două unghiuri ale unui triunghi sunt egale cu $60°$, respectiv $30°$. Măsura celui de-al treilea unghi al triunghiului este egală cu $\dots°$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu $VO\perp(ABC)$. Unghiul dreptelor AB și VO are măsura de $\dots°$.

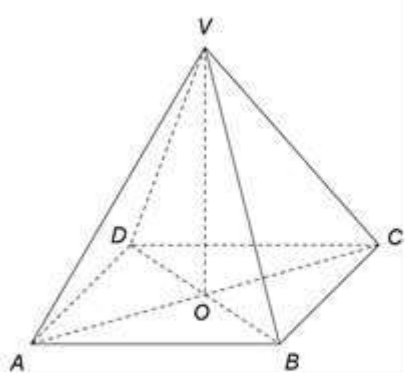
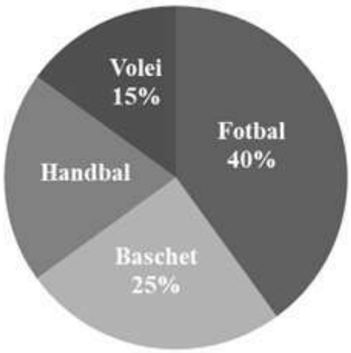


Figura 1

5p **6.** În diagrama următoare este reprezentată distribuția celor 80 de elevi ai unui club sportiv în funcție de sportul practicat. Fiecare elev practică în cadrul clubului un singur sport.



Conform informațiilor din diagramă, numărul elevilor care practică handbalul este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un cub $ABCDA'B'C'D'$.

5p **2.** Determinați numerele naturale nenule m și n, ştiind că $\frac{m}{n}=\frac{2}{3}$ și $(n+m)(n-m)=180$.

5p **3.** Ana și Mihai au împreună 214 lei. Determinaţi ce sumă de bani are Ana, ştiind că Mihai are cu 20 de lei mai mult decât Ana.

4. Se consideră numerele reale $x=\left(\frac{4}{\sqrt{2}}+\frac{6}{\sqrt{18}}-\frac{10}{\sqrt{50}}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$ și $y=\left(3+\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{2}^4$.

5p **a)** Arătați că $x=2$.

5p **b)** Determinați cel mai mic număr natural n pentru care numărul $N=n\cdot x\cdot y$ este pătratul unui număr natural nenul.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x+3)^2-(2-x)(2+x)-5x^2-12x$, unde x este număr real. Determinați numerele întregi n pentru care numărul $\frac{E(n)}{n^2+1}$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* sunt reprezentate triunghiurile dreptunghice isoscele ABC, CDF și DEF, cu ipotenuzele BC, DF, respectiv EF. Punctul F este mijlocul segmentului BC şi $AB=24$ cm.

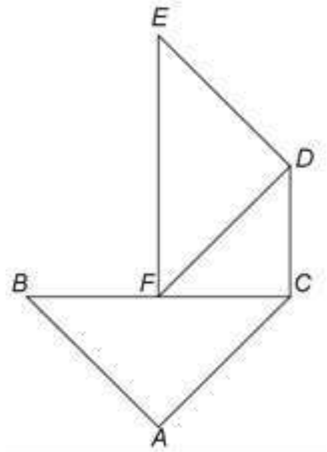


Figura 2

5p **a)** Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $24\left(2+\sqrt{2}\right)$ cm.

5p **b)** Calculați lungimea segmentului BE.

5p **c)** Demonstrați că patrulaterul $ACDE$ este trapez isoscel.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă triunghiulară $VABC$ cu triunghiul ABC echilateral, $AB=20$ cm, $VA=30$ cm și $VO\perp(ABC)$, unde O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor AB, respectiv BC, iar punctul P este situat pe muchia CV astfel încât $VP=10$ cm.

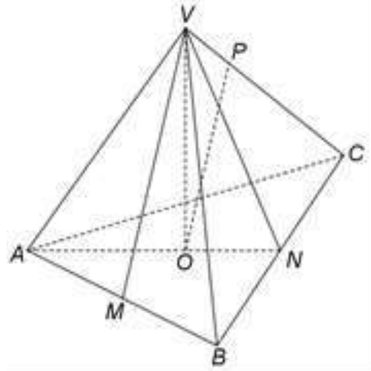


Figura 3

5p **a)** Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu $100\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că dreapta PO este paralelă cu planul (VMN).

5p **c)** Determinați cosinusul unghiului dreptelor AC și VM.

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE **Test 39**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	5	**5p**
2.	18	**5p**
3.	–4	**5p**
4.	90	**5p**
5.	90	**5p**
6.	16	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează cubul	**4p**
	Notează cubul $ABCDA'B'C'D'$	**1p**
2.	$\frac{m}{n}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{m}{2}=\frac{n}{3}=k$, unde k este număr rațional pozitiv, deci $m=2k$ și $n=3k$, de unde obținem $(n+m)(n-m)=180\Leftrightarrow 5k\cdot k=180\Leftrightarrow k^2=36$	**3p**
	Cum k este număr rațional pozitiv, obținem $k=6$, deci $m=12$ și $n=18$	**2p**
3.	$x+(x+20)=214$, unde x este suma de bani pe care o are Ana	**3p**
	$x=97$ de lei	**2p**
4.	**a)** $x=\left(\frac{4}{\sqrt{2}}+\frac{6}{3\sqrt{2}}-\frac{10}{5\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{60+30-30}{15\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=$	**3p**
	$=\frac{60}{15\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{4}{2}=2$	**2p**
	b) $y=9+6\sqrt{2}+2+6-2\sqrt{18}+3-4=16+6\sqrt{2}-6\sqrt{2}=16$	**3p**
	$N=n\cdot x\cdot y=n\cdot 2\cdot 16$, deci cel mai mic număr natural n pentru care N este pătratul unui număr natural nenul este $n=2$	**2p**
5.	$E(x)=4x^2+12x+9-\left(4-x^2\right)-5x^2-12x=-x^2+9-4+x^2=5$, pentru orice număr real x	**3p**
	Cum n este număr întreg, $\frac{E(n)}{n^2+1}\in\mathbb{Z}\Rightarrow n^2+1\in\{1,5\}$, de unde obținem $n=-2$, $n=0$ sau $n=2$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** ΔABC este dreptunghic isoscel cu $AB=24$ cm, deci $AC=24$ cm și $BC=24\sqrt{2}$ cm	**3p**
	$P_{\Delta ABC}=AB+BC+AC=48+24\sqrt{2}=24\left(2+\sqrt{2}\right)$cm	**2p**
	b) ΔCDF este dreptunghic isoscel $\Rightarrow m(\sphericalangle CFD)=45°$ și ΔDEF este dreptunghic isoscel $\Rightarrow m(\sphericalangle DFE)=45°$, deci $m(\sphericalangle CFE)=m(\sphericalangle CFD)+m(\sphericalangle DFE)=90°\Rightarrow EF\perp BF$	**2p**
	F este mijlocul segmentului $BC\Rightarrow BF=CF=12\sqrt{2}$ cm și ΔCDF este dreptunghic isoscel, deci $DF=24$ cm și, cum ΔDEF este dreptunghic isoscel, obținem $EF=24\sqrt{2}$ cm, deci, cum ΔBEF este dreptunghic, $BE=\sqrt{EF^2+BF^2}=12\sqrt{10}$ cm	**3p**
	c) ΔABC este isoscel și F este mijlocul laturii $BC\Rightarrow AF\perp BC$ și, cum $EF\perp BC$, obținem că punctele A, F și E sunt coliniare	**2p**
	$EF\perp BC$ și $DC\perp BC\Rightarrow AE\parallel DC$ și, cum $AC=DE=24$ cm, obținem că $ACDE$ este trapez isoscel	**3p**
2.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}=$	**3p**
	$=\frac{400\sqrt{3}}{4}=100\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) $VO\perp(ABC)\Rightarrow VO\perp OA$, $VO\perp OC$ și O este centrul centrului circumscris ΔABC, deci $OA=OC$ și, cum VO este latură comună, obținem că $\Delta VOA\equiv\Delta VOC$, deci $CV=30$cm și, cum $VP=10$cm, obținem că $\frac{CP}{CV}=\frac{2}{3}$	**2p**
	ΔABC este echilateral, O este centrul centrului circumscris ΔABC și M este mijlocul segmentului AB, deci C, O și M sunt coliniare și $\frac{CO}{CM}=\frac{2}{3}=\frac{CP}{CV}\Rightarrow PO\parallel VM$ și, cum $VM\subset(VMN)$, obținem că $PO\parallel(VMN)$	**3p**
	c) MN linie mijlocie în $\Delta ABC\Rightarrow MN\parallel AC\Rightarrow m(\sphericalangle(AC,VM))=m(\sphericalangle(MN,VM))=m(\sphericalangle VMN)$	**2p**
	$VM=VN=20\sqrt{2}$ cm $\Rightarrow\Delta VMN$ este isoscel $\Rightarrow VQ\perp MN$, unde Q este mijlocul segmentului MN, de unde obținem $\cos(\sphericalangle VMN)=\frac{MQ}{VM}=\frac{5}{20\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{8}$	**3p**