

**M1**

Filiera teoretică, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profil Militar, specializarea matematică - informatică.

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

În inelul  $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_2)$  se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix}$ ,  $O_2 = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$ .

1. Câte elemente are mulțimea  $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_2)$ ?  
a) 16;                      b) 8;                      c) 10;                      d) 12.
2. Câte soluții are ecuația  $X^2 = O_2$  în  $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_2)$ ?  
a) 5;                      b) 4;                      c) 3;                      d) 6.
3. Câte elemente inversabile față de înmulțire are inelul  $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_2)$ ?  
a) 8;                      b) 4;                      c) 7;                      d) 6.
4. Pentru care din următoarele matrice  $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_2)$  avem  $AB \neq BA$ ?  
a)  $A = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix}$ ;                      b)  $A = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{1} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{1} & \hat{0} \end{pmatrix}$ ;  
c)  $A = I_2$ ,  $B = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{1} \\ \hat{1} & \hat{1} \end{pmatrix}$ ;                      d)  $A = O_2$ ,  $B = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$ .
5. Care din următoarele ecuații este verificată de toate elementele inelului  $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_2)$ ?  
a)  $X^4 = X^2$ ;                      b)  $X^6 = X^2$ ;                      c)  $X^8 = X^2$ ;                      d)  $X^4 = X$ .

Se consideră polinomul  $f = X^4 - 3X + 1$  cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ .

6. Suma  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$  este:  
a) 3;                      b) 0;                      c) -3;                      d) 4.
7. Produsul  $f(1)f(-1)$  este:  
a) 5;                      b) -5;                      c) 1;                      d) -1.
8. Numărul de rădăcini raționale ale polinomului  $f$  este:  
a) 4;                      b) 2;                      c) 0;                      d) 1.
9. Suma  $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$  este:  
a) 16;                      b) 0;                      c) 4;                      d) -4.
10. Mulțimea  $A = \{x \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z} \mid f(x) \in \mathbb{Z}\}$  este:  
a) Formată dintr-un element;  
b) Infinită;  
c) Finită, având cel puțin 2 elemente;  
d) Vidă.

11. Mulțimea  $B = \{x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \mid f(x) \in \mathbb{N}\}$  este:
- Formată dintr-un element;
  - Infinită;
  - Finită, având cel puțin 2 elemente;
  - Vidă.
12. Egalitatea  $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(b + c)(c + a)$ , unde  $a, b, c \in \mathbb{C}$ , are loc:
- $(\forall) a, b, c \in \mathbb{C}$ ;
  - Numai dacă  $a = 0$ ;
  - Numai dacă  $a = b = c$ ;
  - Numai dacă  $a = b$ .
13. Numărul de soluții complexe ale ecuației  $(x^2 - x + 2)^3 = x^6 - x^3 + 8$  este:
- 3;
  - 6;
  - 4;
  - 5.
14. Suma soluțiilor reale ale ecuației  $(2^x - 3^x + 5^x)^3 = 8^x - 27^x + 125^x$  este:
- 1;
  - 0;
  - 1;
  - $\frac{1}{2}$ .

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)$ .

15. Ecuația  $f(x) = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , are suma soluțiilor:
- 10;
  - 0;
  - 10;
  - 4.
16. Ecuația  $f'(x) = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , are numărul soluțiilor:
- 0;
  - 2;
  - 1;
  - 3.
17. Numărul punctelor de extrem local ale funcției  $f$  este:
- 1;
  - 4;
  - 3;
  - 2.

Pentru fiecare număr natural nenul  $n$ , notăm cu  $U_n = \{z \in \mathbb{C} \mid z^n = 1\}$ .

18. Numărul  $i$  aparține mulțimii:
- $U_6$ ;
  - $U_2$ ;
  - $U_4$ ;
  - $U_3$ .
19. Numărul de elemente ale mulțimii  $U_4$  este:
- 7;
  - 6;
  - 5;
  - 4.
20. Suma elementelor mulțimii  $U_4$  este:
- 0;
  - 1;
  - 4;
  - 1.
21. Numărul de elemente ale mulțimii  $U_6 \cup U_{15}$  este:
- 21;
  - 20;
  - 19;
  - 18.
22. Mulțimea  $U_6 \cap U_4$  este:
- $U_2$ ;
  - $U_{12}$ ;
  - $U_{24}$ ;
  - $U_{10}$ .
23. Suma elementelor mulțimii  $U_6 \cup U_{10} \cup U_{15}$  este:
- 0;
  - 3;
  - 1;
  - 1.

Se consideră funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln x$  și integralele  $I_n(p)$ , unde  $n, p \in \mathbb{N}^*$ ,  $I_n(p) = \int_0^1 (1 - x^p)^n dx$ .

24.  $I_1(p) = \int_0^1 (1 - x^p) dx$ ,  $p \in \mathbb{N}^*$ , este:
- $1 - p$ ;
  - $\frac{p}{p + 1}$ ;
  - $\frac{1}{p}$ ;
  - $1 - \frac{1}{p}$ .
25. Pentru ce valori  $n, p \in \mathbb{N}^*$ ,  $n \geq 2$ , are loc egalitatea  $I_n(p) = \frac{np}{np + 1} I_{n-1}(p)$ ?
- (Se poate folosi eventual metoda integrării prin părți)
- $(\forall) n, p \in \mathbb{N}^*$ ,  $n \geq 2$ ;
  - Numai când  $n < p$ ;
  - Numai când  $n > p$ ;
  - Numai când  $n = p$ .

- 26.** Pentru ce valori ale lui  $n \in \mathbb{N}^*$  are loc egalitatea  $I_n = \frac{n}{n+1} \cdot \frac{2n}{2n+1} \cdot \dots \cdot \frac{n^2}{n^2+1}$ ?
- a)** Numai pentru  $n < 2003$ ;      **b)** Numai pentru  $n = 2003$ ;  
**c)**  $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$ ;      **d)** Numai pentru  $n > 2003$ .
- 27.**  $f'(x)$ ,  $x > 0$ , este:
- a)**  $x(\ln x - 1)$ ;      **b)**  $\frac{1}{x^2 - 1}$ ;      **c)**  $\frac{1}{x}$ ;      **d)**  $x$ .
- 28.** Mulțimea tuturor valorilor lui  $x \in (0, \infty)$  pentru care avem simultan inegalitățile  $\frac{1}{x+1} < \ln(x+1) - \ln x < \frac{1}{x}$ , este:  
(Se poate folosi eventual teorema lui Lagrange)
- a)**  $(0, 1)$ ;      **b)**  $(0, \infty)$ ;      **c)**  $(1, \infty)$ ;      **d)**  $(0, e)$ .
- 29.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{1}{2n}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$  este:
- a)**  $\infty$ ;      **b)**  $1$ ;      **c)**  $2$ ;      **d)**  $e$ .
- 30.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n(n)$  este:
- a)**  $\infty$ ;      **b)**  $0,5$ ;      **c)**  $0$ ;      **d)**  $1$ .

Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filiera tehnologică, profil Tehnic, toate specializările - pentru absolvenții claselor a XII-a, promoția 2003

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

Se consideră șirul  $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , definit prin  $I_0(x) = 1$  și  $I_{n+1}(x) = \int_0^x I_n(t) dt$ ,  $(\forall) x \in \mathbb{R}$ ,  $(\forall) n \in \mathbb{N}$ .

1. Suma  $I_0(1) + I_0(2) + \dots + I_0(2003)$  este:
 

a) 0;	b) 2003;	c) 2002;	d) 2004.
-------	----------	----------	----------
2.  $I_1(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , este:
 

a) $x$ ;	b) 1;	c) $\frac{x}{2}$ ;	d) 0.
----------	-------	--------------------	-------
3.  $I_{10}(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , este:
 

a) $\frac{x}{10}$ ;	b) $10!x^{10}$ ;	c) $\frac{x^{10}}{10!}$ ;	d) $x^{10}$ .
---------------------	------------------	---------------------------	---------------
4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , este:
 

a) $e$ ;	b) 0;	c) $\infty$ ;	d) $-\infty$ .
----------	-------	---------------	----------------
5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{I_0(1) + I_1(1) + \dots + I_n(1)}{n}$  este:
 

a) $\infty$ ;	b) 1;	c) $e$ ;	d) 0.
---------------	-------	----------	-------

În sistemul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $A(3, 4)$ ,  $B(-4, 3)$ ,  $C(0, -5)$  și  $O(0, 0)$ .

6. Suma  $OA + OB + OC$  este:
 

a) 15;	b) 12;	c) 10;	d) 11.
--------	--------	--------	--------
7. Punctele  $A$ ,  $B$  și  $C$  se află pe curba:
 

a) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ ;	b) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ ;	c) $x + y = 7$ ;	d) $x^2 + y^2 = 25$ .
--	---	------------------	-----------------------
8. Ecuația dreptei  $AB$  este:
 

a) $x^2 + y^2 = 25$ ;	b) $7x = y + 25$ ;	c) $7y = x + 25$ ;	d) $(xy)^2 = 12^2$ .
-----------------------	--------------------	--------------------	----------------------
9. Panta dreptei  $AC$  este:
 

a) $\frac{1}{9}$ ;	b) $\frac{1}{3}$ ;	c) 9;	d) 3.
--------------------	--------------------	-------	-------
10. Aria triunghiului  $ABC$  este:
 

a) 35;	b) 30;	c) 60;	d) 25.
--------	--------	--------	--------
11. Raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$  este:
 

a) 4;	b) 5;	c) 3;	d) 4, 5.
-------	-------	-------	----------

Se consideră polinomul  $f = X^4 - 5X^2 + 1$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ .

12. Câte rădăcini reale are polinomul  $f$ ?  
 a) 2;                      b) 0;                      c) 4;                      d) 3.
13. Câte rădăcini raționale are polinomul  $f$ ?  
 a) 1;                      b) 0;                      c) 3;                      d) 2.
14. Suma  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$  este:  
 a) 5;                      b) 0;                      c) 1;                      d) -5.
15. Suma  $x_1^{2003} + x_2^{2003} + x_3^{2003} + x_4^{2003}$  aparține mulțimii:  
 a)  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ;                      b)  $\mathbb{N}$ ;                      c)  $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ ;                      d)  $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ .

Se consideră funcțiile  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \operatorname{arctg} x - x + \frac{x^3}{3}$ ,  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x) - \frac{x^5}{5}$ ,  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = \operatorname{arctg} x$ .

16.  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , este:  
 a)  $-\frac{x^4}{1+x^2}$ ;                      b)  $\frac{x^2}{1+x^2}$ ;                      c)  $\frac{x^4}{1+x^2}$ ;                      d)  $-\frac{1}{1+x^2}$ .
17.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^5}$  este:  
 a)  $\frac{1}{5}$ ;                      b)  $-\frac{1}{5}$ ;                      c) 0;                      d)  $\infty$ .
18.  $g'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , este:  
 a)  $-\frac{x^6}{1+x^2}$ ;                      b)  $\frac{x^4}{1+x^2}$ ;                      c)  $\frac{x^6}{1+x^2}$ ;                      d)  $-\frac{x^4}{1+x^2}$ .
19.  $(f(0))^2 + (g(0))^2$  este:  
 a) 1;                      b) 0;                      c)  $\pi$ ;                      d)  $2^2$ .
20. Mulțimea valorilor reale ale lui  $x$ , pentru care avem adevărate simultan inegalitățile următoare  $x - \frac{x^3}{3} < \operatorname{arctg} x < x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5}$ , este:  
 a)  $(0, \infty)$ ;                      b)  $(0, 1)$ ;                      c)  $(1, \infty)$ ;                      d)  $(-\infty, 0)$ .
21. Aria suprafeței plane mărginită de axa  $Ox$ , graficul funcției  $h$ , dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 1$  este un număr cuprins în intervalul:  
 a)  $(0, 46; 0, 48)$ ;                      b)  $(0, 45; 0, 46)$ ;                      c)  $(0, 48; 0, 5)$ ;                      d)  $(0, 41; 0, 45)$ .

Pe  $\mathbb{R}$  se consideră legea de compoziție "o" definită prin  $x \circ y = x + y + 1$ . Se știe că legea este asociativă.

22. Elementul neutru al legii "o" este:  
 a) -2;                      b) 0;                      c) 1;                      d) -1.
23. Simetricul elementului  $x \in \mathbb{R}$ , față de legea "o" este:  
 a)  $-x + 1$ ;                      b)  $-x - 1$ ;                      c)  $-x$ ;                      d)  $-2 - x$ .
24. Elementul  $(-10) \circ (-9) \circ \dots \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 10$  este:  
 a) 20;                      b) 21;                      c) 19;                      d) 22.
25. Numărul de soluții reale ale ecuației  $4^x \circ 2^x = 21$  este:  
 a) 0;                      b) 1;                      c) 3;                      d) 2.

În mulțimea  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$  se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  și  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

26. Matricea  $A^2$  este:  
 a)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;                      b)  $O_2$ ;                      c)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;                      d)  $A$ .

**27.** Mulțimea  $\{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid XA = AX\}$  este:

- a)  $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & a \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{C} \right\};$                       b)  $\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & a \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{C} \right\};$   
c)  $\left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{C} \right\};$                       d)  $\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{C} \right\}.$

**28.** Determinantul matricei  $A$  este:

- a) 0;                      b) 1;                      c) -1;                      d) 10.

**29.** Ecuația  $Z^2 = O_2$  are în  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ :

- a) Un număr finit de soluții, strict mai mare decât 1;                      b) Exact o soluție;  
c) O infinitate de soluții;                      d) Nici o soluție.

**30.** Ecuația  $Y^2 = A$  are în  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ :

- a) Nici o soluție;                      b) Exact o soluție;  
c) Un număr finit de soluții, strict mai mare decât 1;                      d) O infinitate de soluții.

**M1**

Filiera teoretică, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profil Militar, specializarea matematică - informatică.

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

1. Produsul  $\hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \dots \cdot \hat{5}$ , calculat în  $\mathbb{Z}_6$  este:  

a) $\hat{0}$ ;	b) $\hat{2}$ ;	c) $\hat{1}$ ;	d) $\hat{3}$ .
----------------	----------------	----------------	----------------
2. Suma  $\hat{1} + \hat{2} + \dots + \hat{5}$ , calculată în  $\mathbb{Z}_6$  este:  

a) $\hat{0}$ ;	b) $\hat{2}$ ;	c) $\hat{1}$ ;	d) $\hat{3}$ .
----------------	----------------	----------------	----------------
3. Care este ordinul elementului  $\hat{2}$  în grupul  $(\mathbb{Z}_6, +)$ ?  

a) 4;	b) 6;	c) 2;	d) 3.
-------	-------	-------	-------
4. Câte soluții are în inelul  $\mathbb{Z}_6$  ecuația  $\hat{3} \cdot \hat{x} = \hat{0}$ ?  

a) 3;	b) 4;	c) 1;	d) 2.
-------	-------	-------	-------

Se consideră șirurile  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  și  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ ,  $a_n = \frac{1}{2^{1^2}} + \frac{1}{2^{2^2}} + \frac{1}{2^{3^2}} + \dots + \frac{1}{2^{n^2}}$  și  $b_n = a_n + \frac{1}{2n \cdot 2^{n^2}}$ ,  $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$ .

5. Mulțimea  $\{n \in \mathbb{N}^* \mid a_n < a_{n+1}\}$ , este:  

a) Formată dintr-un element;	b) $\emptyset$ ;
c) Finită, având cel puțin 2 elemente;	d) $\mathbb{N}^*$ .
6. Mulțimea  $\{n \in \mathbb{N}^* \mid b_n > b_{n+1}\}$ , este:  

a) $\mathbb{N}^*$ ;	b) Formată dintr-un element;
c) $\emptyset$ ;	d) Finită, având cel puțin 2 elemente.
7. Știind că șirurile  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  și  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  sunt convergente, notăm  $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  și  $b = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ . Atunci  $a - b$  este:  

a) 1;	b) 0,25;	c) 0;	d) 0,5.
-------	----------	-------	---------
8. Numărul  $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  aparține mulțimii:  

a) $\mathbb{Z} - \mathbb{N}$ ;	b) $\mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ ;	c) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ ;	d) $\mathbb{N}$ .
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	-------------------

Se consideră polinomul  $f = X^4 - 14X^2 + 9$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ , elementul  $a = \sqrt{2} + \sqrt{5}$  și mulțimile  $A = \{g(a) \mid g \in \mathbb{Z}[X]\}$ ,  $B = \{g(a) \mid g \in \mathbb{Z}[X], \text{grad}(g) \leq 3\}$ .

9. Care dintre elementele următoare nu este rădăcină a polinomului  $f$ ?  

a) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ;	b) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ ;	c) $-\sqrt{2} + \sqrt{5}$ ;	d) $\sqrt{2} - \sqrt{5}$ .
----------------------------	----------------------------	-----------------------------	----------------------------
10. Suma  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$  este:  

a) -14;	b) 0;	c) 14;	d) 4.
---------	-------	--------	-------
11. Produsul  $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$  este:  

a) -9;	b) 0;	c) 9;	d) 14.
--------	-------	-------	--------

12. Dacă  $p\sqrt{2} + q\sqrt{5} + r\sqrt{10} + s = 0$ , cu  $p, q, r, s \in \mathbb{Q}$ , atunci  $2p + 5q + 10r + s$  este:  
 a) 5;                      b) 0;                      c) 7;                      d) 2.
13. Mulțimea  $A - B$  este:  
 a) Formată dintr-un element;                      b) Infinită;  
 c) Finită, având cel puțin 2 elemente;                      d)  $\emptyset$ .

În sistemul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $A_n(n, n^2)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

14. Panta dreptei  $A_0A_1$  este:  
 a) 2;                      b) -2;                      c) 1;                      d) -1.
15. Ecuația dreptei  $A_0A_1$  este:  
 a)  $x + y = 0$ ;                      b)  $y = x^2$ ;                      c)  $x^2 + y = 0$ ;                      d)  $y = x$ .
16. Lungimea segmentului  $A_1A_2$  este:  
 a) 4;                      b)  $\sqrt{10}$ ;                      c) 10;                      d) 3.
17. Aria triunghiului  $A_nA_{n+1}A_{n+2}$  este:  
 a)  $n + 1$ ;                      b)  $n$ ;                      c) 1;                      d) 2.
18. Numărul dreptelor care trec prin câte 2 puncte din mulțimea  $\{A_1, A_2, \dots, A_5\}$  este:  
 a) 9;                      b) 10;                      c) 8;                      d) 20.
19. Câte triunghiuri au vârfurile în mulțimea  $\{A_1, A_2, \dots, A_5\}$ ?  
 a) 5;                      b) 20;                      c) 15;                      d) 10.

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sin x$ . Notăm prin  $f^{(n)}(x)$ , derivata de ordinul  $n$  a funcției  $f$ , în punctul  $x$ .

20. Care dintre elementele următoare este perioadă pentru funcția  $f$ ?  
 a)  $2\pi$ ;                      b)  $3\pi$ ;                      c)  $\frac{\pi}{2}$ ;                      d)  $\pi$ .
21. Câte puncte de maxim local are funcția  $f$  în intervalul  $[0, 11\pi]$ ?  
 a) 11;                      b) 5;                      c) 6;                      d) 10.
22. Aria suprafeței plane cuprinsă între graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și de dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 2\pi$ , este:  
 a) 2;                      b) 3;                      c) 0;                      d) 4.
23.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x |f(t)| dt}{x}$  este:  
 a)  $\infty$ ;                      b) 1;                      c) 0;                      d)  $\frac{2}{\pi}$ .
24. Lungimea maximă a unui interval inclus în  $[0, 2\pi]$ , pe care funcția  $f$  este convexă, este:  
 a)  $\pi$ ;                      b)  $\frac{3\pi}{2}$ ;                      c)  $\frac{\pi}{2}$ ;                      d)  $2\pi$ .
25.  $f^{(2004)}(0)$  este:  
 a) 0;                      b) 0,5;                      c) -1;                      d) 1.

Se consideră matricele  $A \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{C})$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  și  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

26. Rangul matricei  $A$  este:  
 a) 4;                      b) 3;                      c) 2;                      d) 1.



27. Soluția sistemului  $\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ y + z + t = 0 \\ z + t = 0 \end{cases}$ ,  $(x, y, z, t) \in \mathbb{C} \times \mathbb{C} \times \mathbb{C} \times \mathbb{C}$ , este:
- a)  $(1, 1, -1, -1)$ ;    b)  $(1, 0, \lambda, -\lambda)$ ,  $\lambda \in \mathbb{C}$ ;    c)  $(-1, 1, -1, 1)$ ;    d)  $(1, -1, 1 - 1)$ .
28. Ecuația  $AX = I_3$ , cu  $X \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{C})$ :
- a) Nu are soluție;    b) Are un număr finit de soluții strict mai mare decât 1;  
c) Are o infinitate de soluții;    d) Are o singură soluție.
29. Matricea  $I_3A$  are suma elementelor:
- a) 10;    b) 0;    c) 9;    d) 12.
30. Mulțimea  $\{Y \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{C}) \mid \det(YA) \neq 0\}$  este:
- a) Formată dintr-un număr finit de elemente, cel puțin egal cu 2;  
b) Vidă;  
c) Infinită;  
d) Formată dintr-un element.

Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii  
 Filiera tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

1. Suma  $1 + 2 + \dots + 2003$  este:  
 a)  $2003 \cdot 2004$ ;      b)  $2003 \cdot 1001$ ;      c)  $2003 \cdot 1002$ ;      d)  $2002 \cdot 1002$ .
2. Produsul  $\cos 0^\circ \cdot \cos 1^\circ \cdot \dots \cdot \cos 179^\circ \cdot \cos 180^\circ$  este:  
 a)  $-\frac{1}{2^{30}}$ ;      b)  $\frac{1}{2^{10} \cdot 3^{10}}$ ;      c)  $0$ ;      d)  $\frac{1}{2^{30}}$ .
3. Suma  $1 + i + i^2 + \dots + i^{2003}$  este:  
 a)  $1$ ;      b)  $0$ ;      c)  $i$ ;      d)  $1 + i$ .
4. Produsul  $1 \cdot i \cdot i^2 \cdot \dots \cdot i^{2003}$  este:  
 a)  $-1$ ;      b)  $1$ ;      c)  $i$ ;      d)  $-i$ .
5. Suma  $\hat{0} + \hat{1} + \hat{2} + \dots + \hat{12}$  în  $\mathbb{Z}_{13}$  este:  
 a)  $\hat{6}$ ;      b)  $\hat{7}$ ;      c)  $\hat{1}$ ;      d)  $\hat{0}$ .

Se consideră șirul  $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ ,  $I_n = n \int_0^1 x^n \sin x \, dx$ .

6.  $I_1 = \int_0^1 x \sin x \, dx$  este:  
 a)  $\sin 1$ ;      b)  $\sin 1 + \cos 1$ ;      c)  $\cos 1 - \sin 1$ ;      d)  $\sin 1 - \cos 1$ .
7. Dacă  $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  este o funcție continuă, atunci  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 x^n g(x) \, dx$  este:  
 a)  $g(0, 5)$ ;      b)  $g(1)$ ;      c)  $0$ ;      d)  $g(0)$ .
8. Egalitatea  $I_n = \sin 1 - \int_0^1 x^n (x \cos x + \sin x) \, dx$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , este adevărată:  
 (Se poate utiliza metoda integrării prin părți)  
 a) Pentru exact o valoare a lui  $n \in \mathbb{N}^*$ ;  
 b) Pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ ;  
 c) Pentru nici o valoare a lui  $n \in \mathbb{N}^*$ ;  
 d) Pentru un număr finit, strict mai mare decât 1, de valori ale lui  $n \in \mathbb{N}^*$ .
9.  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$  este:  
 a)  $\sin 1$ ;      b)  $\cos 1$ ;      c)  $\sin 1 + \cos 1$ ;      d)  $\sin 1 - \cos 1$ .

Se consideră triunghiul dreptunghic  $ABC$  cu catetele  $AB = 3$  și  $AC = 4$ .

10. Lungimea ipotenuzei  $BC$  este:  
 a)  $\sqrt{12}$ ;      b)  $6$ ;      c)  $7$ ;      d)  $8$ .

11. Aria triunghiului  $ABC$  este:  
 a) 12;                      b) 6;                      c) 9;                      d) 8.
12.  $\cos B$  este:  
 a) 0,75;                      b) 0,6;                      c) 0,8;                      d) 0,7.
13. Lungimea înălțimii care cade pe ipotenuză este:  
 a) 3;                      b) 2;                      c) 2,4;                      d) 4.
14. Raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$  este:  
 a) 2,5;                      b) 3;                      c) 2;                      d) 4.

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \setminus \{-1, -2\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ .

15. Câte asimptote verticale are graficul funcției  $f$ ?  
 a) 2;                      b) 3;                      c) 1;                      d) 0.
16.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$  este:  
 a) 0,75;                      b) 1;                      c) -0,75;                      d) -1.
17. Expresia  $f(x) - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$ , ( $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, -2\}$ ), este:  
 a)  $-\frac{2}{x+1}$ ;                      b)  $\frac{2}{x+2}$ ;                      c) 0;                      d)  $2f(x)$ .
18. Care este mulțimea valorilor lui  $n \in \mathbb{N}^*$  pentru care  $f(1) + f(2) + \dots + f(n) = \frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}$ ?  
 a)  $\emptyset$ ;                      b)  $\mathbb{N}^*$ ;  
 c) Este formată din exact un element;                      d) Este finită, conținând cel puțin 2 elemente.
19.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(1) + f(2) + \dots + f(n))$  este:  
 a) 0,5;                      b) 2;                      c) 1;                      d)  $\infty$ .
20.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \left( f(1) + f(2) + \dots + f(n) - \frac{1}{2} \right)$  este:  
 a)  $-\infty$ ;                      b) -1;                      c) 1;                      d)  $\infty$ .
21. Egalitatea  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$ ,  $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ , este adevărată:  
 a) Numai dacă  $a = b$ ;                      b) Numai dacă  $a = d$ ;                      c) Pentru orice  $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ ;                      d) Numai dacă  $a = c$ .
22. Dacă  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) - (ac + bd)^2 = 0$ , atunci:  
 a)  $a + b + c + d = 0$ ;                      b)  $ad = bc$ ;                      c)  $ac + bd = 0$ ;                      d)  $a + d = b + c$ .
23. Numărul de elemente ale mulțimii  $\{x \in \mathbb{R} \mid 5(x^4 + x^2) = (2x^2 + x)^2\}$  este:  
 a) 0;                      b) 3;                      c) 1;                      d) 2.
24. Suma pătratelor soluțiilor reale ale ecuației  $(4^x + 25^x)(9^x + 49^x) = (6^x + 35^x)^2$ , este:  
 a) 0;                      b) 5;                      c) 1;                      d) 2.

În mulțimea  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$  se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

25. Matricea  $AB - BA$  este:  
 a)  $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ ;                      b)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;                      c)  $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ ;                      d)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
26. Determinantul matricei  $A$  este:  
 a) -2;                      b) -1;                      c) 0;                      d) 1.

27. Matricea  $A^2$  este:
- a)  $I_2$ ;                      b)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;                      c)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;                      d)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
28. Inversa matricei  $A$  este:
- a)  $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;                      b)  $A$ ;                      c)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;                      d)  $I_2$ .
29. Rangul matricei  $X = I_2 + A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2003}$  este:
- a) 2;                      b) 0;                      c) 2004;                      d) 1.
30. Mulțimea  $\{n \in \mathbb{N}^* \mid (AB)^n = I_2\}$  este:
- a) Formată din exact un element;  
b) Vidă;  
c) Infinită;  
d) Finită, având ce puțin 2 elemente.

Profil real:matematică fizică, informatică, metrologie - pentru absolvenții claselor a XIII-a (zi, seral și frecvență redusă) promoția 2003 și promoțiile anterioare

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul ○, iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul ×.**

1. Mulțimea numerelor reale  $x$  pentru care are loc egalitatea

$$1 - x^2 + (-x^2)^2 + \dots + (-x^2)^n = \frac{1 - (-x^2)^{n+1}}{1 + x^2}, (\forall) n \in \mathbb{N}^*$$

este:

- a)  $(-\infty, 0]$ ;      b)  $\mathbb{R}$ ;      c)  $\emptyset$ ;      d)  $[0, \infty)$ .

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^a \frac{x^{2(n+1)}}{1+x^2} dx$ ,  $a \in [0, 1]$ , este:

- a)  $a$ ;      b)  $\frac{a}{1+a^2}$ ;      c)  $\frac{1}{1+a^2}$ ;      d)  $0$ .

3. Mulțimea valorilor lui  $a \in \mathbb{R}$  pentru care avem egalitatea

$$\arctg a - (-1)^{n+1} \int_0^a \frac{x^{2(n+1)}}{1+x^2} dx = a - \frac{a^3}{3} + \frac{a^5}{5} + \dots + (-1)^n \frac{a^{2n+1}}{2n+1}, (\forall) n \in \mathbb{N}^*,$$

este:

- a)  $(-\infty, 0]$ ;      b)  $\emptyset$ ;      c)  $\mathbb{R}$ ;      d)  $[0, \infty)$ .

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{(-1)^n}{2n+1} \right)$  este:

- a)  $-1 + \frac{\pi}{4}$ ;      b)  $\frac{\ln 2}{2}$ ;      c)  $\ln 2$ ;      d)  $\frac{\pi}{4}$ .

Se consideră matricele  $A \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{C})$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  și  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

5. Rangul matricei  $A$  este:

- a) 3;      b) 1;      c) 4;      d) 2.

6. Soluția sistemului  $\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ y + z + t = 0 \\ z + t = 0 \end{cases}$ ,  $(x, y, z, t) \in \mathbb{C} \times \mathbb{C} \times \mathbb{C} \times \mathbb{C}$ , este:

- a)  $(1, 0, \lambda, -\lambda)$ ,  $\lambda \in \mathbb{C}$ ;      b)  $(-1, 1, -1, 1)$ ;      c)  $(1, 1, -1, -1)$ ;      d)  $(1, -1, 1, -1)$ .

7. Ecuația  $AX = I_3$ , cu  $X \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{C})$  are mulțimea soluțiilor:

- a) Formată dintr-un număr finit de elemente, cel puțin egal cu 2;  
b) Vidă;  
c) Infinită;  
d) Formată dintr-un element.

8. Matricea  $I_3 A$  are suma elementelor:

- a) 9;      b) 12;      c) 10;      d) 0.

9. Mulțimea  $\{Y \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{C}) \mid \det(YA) \neq 0\}$  este:
- Vidă;
  - Infinită;
  - Formată dintr-un element;
  - Formată dintr-un număr finit de elemente, cel puțin egal cu 2.

Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \cos x$ .

10. Ce se poate spune despre  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ?
- Este egală cu 0;
  - Este egală cu 1;
  - Este egală cu  $-1$ ;
  - Nu există.
11. Câte puncte de maxim local are funcția  $f$  în intervalul  $[0, 11\pi]$ ?
- 5;
  - 6;
  - 11;
  - 10.
12. Aria suprafeței plane cuprinsă între graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 2\pi$ , este:
- 3;
  - 4;
  - 2;
  - 0.
13.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x |f(t)| dt}{x}$  este:
- $\frac{2}{\pi}$ ;
  - 1;
  - $\infty$ ;
  - 0.
14.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$  este:
- 1;
  - 0;
  - 0,5;
  - $-1$ .
15.  $f^{(2004)}(0)$  este:
- 1;
  - 0,5;
  - $-1$ ;
  - 0.
16. Produsul  $\hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \dots \cdot \hat{5}$ , calculat în  $\mathbb{Z}_6$  este:
- $\hat{1}$ ;
  - $\hat{2}$ ;
  - $\hat{0}$ ;
  - $\hat{3}$ .
17. Suma  $\hat{1} + \hat{2} + \dots + \hat{5}$ , calculată în  $\mathbb{Z}_6$  este:
- $\hat{2}$ ;
  - $\hat{0}$ ;
  - $\hat{1}$ ;
  - $\hat{3}$ .
18. Câte soluții are în inelul  $\mathbb{Z}_6$  ecuația  $\hat{3}\hat{x} = \hat{0}$ ?
- 2;
  - 3;
  - 4;
  - 1.
19. Cel mai mic număr natural nenul  $n$  cu proprietatea că  $\underbrace{\hat{2} + \hat{2} + \dots + \hat{2}}_{\text{de } n \text{ ori } \hat{2}}$  în  $\mathbb{Z}_6$  este:
- 4;
  - 2;
  - 6;
  - 3.

În sistemul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $A_n(n, n^2)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

20. Ecuația dreptei  $A_0A_1$  este:
- $x^2 + y = 0$ ;
  - $x + y = 0$ ;
  - $y = x^2$ ;
  - $y = x$ .
21. Lungimea segmentului  $[A_1A_2]$  este:
- 3;
  - 10;
  - $\sqrt{10}$ ;
  - 4.
22. Aria triunghiului  $A_nA_{n+1}A_{n+2}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  este:
- 2;
  - 1;
  - $n + 1$ ;
  - $n$ .
23. Numărul dreptelor care trec prin câte 2 puncte din mulțimea  $\{A_0, A_1, A_2, A_3\}$  este:
- 5;
  - 4;
  - 8;
  - 6.

24. Numărul triunghiurilor care au vârfurile în mulțimea  $\{A_0, A_1, A_2, A_3\}$  este:  
a) 6;                      b) 3;                      c) 4;                      d) 5.

Se consideră polinomul  $f = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ .

25.  $f(1)$  este:  
a) 7;                      b) 6;                      c) 4;                      d) 5.
26. Suma  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$  este:  
a) 1;                      b)  $-1$ ;                      c) 4;                      d) 5.
27. Expresia  $f - \left(X^2 + \frac{X}{2}\right) - \left(\frac{X}{2} + 1\right) - \frac{X^2}{2}$  este:  
a) 1;                      b)  $X + 1$ ;                      c)  $X - 1$ ;                      d) 0.
28. Câte rădăcini reale are polinomul  $f$ ?  
a) 0;                      b) 4;                      c) 2;                      d) 3.
29. Mulțimea  $\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \leq 0\}$  este:  
a)  $\emptyset$ ;                      b)  $[-\sqrt{5}, -\sqrt{3}]$ ;                      c)  $[-\sqrt{3}, -\sqrt{2}]$ ;                      d)  $[-2, -1]$ .
30.  $f(i)$  este:  
a)  $1 + i$ ;                      b) 1;                      c)  $i$ ;                      d)  $-1 + i$ .

pentru absolvenții claselor a XII-a, promoția 2003

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

În sistemul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $A_n(n, n^3)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

1. Panta dreptei  $A_0A_1$  este:
  - a)  $-2$ ;                      b)  $-1$ ;                      c)  $1$ ;                      d)  $2$ .
2. Ecuația dreptei  $A_0A_1$  este:
  - a)  $x + y = 0$ ;                      b)  $y = x$ ;                      c)  $x^3 + y = 0$ ;                      d)  $y = x^3$ .
3. Aria triunghiului  $A_0A_1A_2$  este:
  - a)  $3$ ;                      b)  $2$ ;                      c)  $6$ ;                      d)  $4$ .
4. Numărul de elemente ale mulțimii  $\{n \in \mathbb{N} \mid A_n \in A_0A_1\}$  este:
  - a) Cuprins între 3 și 10;                      b) Infinit;                      c)  $2$ ;                      d) Finit, dar strict mai mare decât 10.
5. Câte triunghiuri au vârfurile în mulțimea  $\{A_0, A_1, A_2, A_3\}$ ?
  - a)  $5$ ;                      b)  $4$ ;                      c)  $2$ ;                      d)  $3$ .

Se consideră mulțimea  $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ .

6. Câte submulțimi cu opt elemente are mulțimea  $A$ ?
  - a)  $80$ ;                      b)  $40$ ;                      c)  $45$ ;                      d)  $50$ .
7. Câte submulțimi are mulțimea  $A$ ?
  - a)  $1000$ ;                      b)  $512$ ;                      c)  $1024$ ;                      d)  $900$ .
8. În câte submulțimi ale mulțimii  $A$  se află elementul  $1$ ?
  - a)  $512$ ;                      b)  $362$ ;                      c)  $425$ ;                      d)  $611$ .
9. Care este numărul maxim de elemente pe care îl poate avea o submulțime a mulțimii  $A$ , cu proprietatea că suma oricăror două elemente distincte ale sale nu se divide cu  $3$ ?
  - a)  $5$ ;                      b)  $7$ ;                      c)  $6$ ;                      d)  $4$ .
10. Care este suma elementelor mulțimii  $A$ ?
  - a)  $55$ ;                      b)  $10!$ ;                      c)  $66$ ;                      d)  $45$ .

Se consideră funcțiile  $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = x^{10} + x^9 + \dots + x + 1$  și  $f_{n+1}(x) = f'_n(x)$ ,  $(\forall) x \in \mathbb{R}$  și  $(\forall) n \in \mathbb{N}$ .

11.  $f_0(1)$  este:
  - a)  $10$ ;                      b)  $12$ ;                      c)  $11$ ;                      d)  $9$ .
12.  $f_1(0)$  este:
  - a)  $10$ ;                      b)  $0$ ;                      c)  $45$ ;                      d)  $1$ .
13.  $\int_0^1 f_{2003}(x) dx$  este:
  - a)  $2002!$ ;                      b)  $\frac{1}{2003!}$ ;                      c)  $2003!$ ;                      d)  $0$ .



14.  $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(n)$  este:  
a)  $e$ ;                      b)  $\infty$ ;                      c)  $n$ ;                      d)  $0$ .

15.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_0(0) + f_1(0) + \dots + f_n(0)}{n}$  este:  
a)  $0$ ;                      b)  $e$ ;                      c)  $\infty$ ;                      d)  $0, 5$ .

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x + e^{-x}$ .

16.  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , este:  
a)  $-e^x - e^{-x}$ ;              b)  $e^x - e^{-x}$ ;              c)  $-e^x + e^{-x}$ ;              d)  $e^x + e^{-x}$ .

17.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$  este:  
a)  $e + e^{-1}$ ;              b)  $e - e^{-1}$ ;              c)  $-e - e^{-1}$ ;              d)  $-e + e^{-1}$ .

18.  $\int_0^1 f(x) dx$  este:  
a)  $-e - e^{-1}$ ;              b)  $-e + e^{-1}$ ;              c)  $e - e^{-1}$ ;              d)  $e + e^{-1}$ .

19.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x f(t) dt}{f'(x)}$  este:  
a)  $-\infty$ ;                      b)  $1$ ;                      c)  $\infty$ ;                      d)  $0$ .

20. Mulțimea  $\{x \in \mathbb{R} \mid f'(x) > 0\}$  este:  
a)  $(0, \infty)$ ;                      b)  $(-\infty, 1)$ ;                      c)  $(-1, \infty)$ ;                      d)  $(-\infty, 0)$ .

21. Mulțimea  $\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) + f(21x) > f(2x) + f(1986x)\}$  este:  
a)  $\emptyset$ ;                      b)  $\mathbb{R}$ ;                      c)  $(0, \infty)$ ;                      d)  $(-\infty, 0)$ .

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

22. Determinantul matricei  $A$  este:  
a)  $2$ ;                      b)  $1$ ;                      c)  $3$ ;                      d)  $-1$ .

23. Suma elementelor matricei  $A$  este:  
a)  $1$ ;                      b)  $-2$ ;                      c)  $0$ ;                      d)  $2$ .

24. Cel mai mic număr natural nenul  $n$ , pentru care  $A^n = I_2$  este:  
a)  $4$ ;                      b)  $6$ ;                      c)  $5$ ;                      d)  $3$ .

25. Matricea  $I_2 + A + A^2 + \dots + A^5$  este:  
a)  $A$ ;                      b)  $I_2$ ;                      c)  $-I_2$ ;                      d)  $O_2$ .

26. Determinantul matricei  $A + A^2 + \dots + A^{2003}$  este:  
a)  $-1$ ;                      b)  $1$ ;                      c)  $0$ ;                      d)  $2003$ .

Se consideră polinomul  $f = X^2 - 2X - 1$  cu rădăcinile  $x_1, x_2 \in \mathbb{C}$ . Notăm  $S_n = x_1^n + x_2^n$ ,  $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$  și  $S_0 = 2$ .

27. Rădăcinile polinomului  $f$  sunt:  
a)  $x_1 = 1 + \sqrt{2}$ ,  $x_2 = 1 - \sqrt{2}$ ;              b)  $x_1 = -1 + \sqrt{2}$ ,  $x_2 = 1 + \sqrt{2}$ ;  
c)  $x_1 = -1 + \sqrt{2}$ ,  $x_2 = -1 - \sqrt{2}$ ;              d)  $x_1 = -1 - \sqrt{2}$ ,  $x_2 = 1 - \sqrt{2}$ .

28.  $S_1$  este egală cu:  
a)  $-2$ ;                      b)  $-1$ ;                      c)  $2$ ;                      d)  $1$ .

29.  $S_2$  este egală cu:  
a)  $6$ ;                      b)  $2$ ;                      c)  $4$ ;                      d)  $5$ .

**30.** Egalitatea  $2S_{n+1} + S_n = S_{n+2}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , are loc:

- a)  $(\forall) n \in \mathbb{N}$ ;
- b) Numai pentru  $n < 2003$ ;
- c) Numai pentru  $n > 2003$ ;
- d) Numai pentru  $n = 2003$ .

pentru absolvenții claselor a XIII-a (zi, seral și frecvență redusă), promoția 2003 și promoțiile anterioare

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

Pe  $\mathbb{R}$  se definește legea "o" prin  $x \circ y = 2xy + 2x + 2y + 1$ , ( $\forall$ )  $x, y \in \mathbb{R}$ .

1. Elementul  $x \circ y$  mai poate fi scris ( $\forall$ )  $x, y \in \mathbb{R}$ :
  - a)  $2(x-1)(y-1) - 1$ ;    b)  $2(x+1)(y+1) + 1$ ;    c)  $2(x+1)(y+1) - 1$ ;    d)  $2(x-1)(y-1) + 1$ .
2. Egalitatea  $x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z$  are loc:
  - a) Numai dacă  $x = y$ ;    b) Pentru  $x, y, z \in \mathbb{R}$ ;
  - c) Numai dacă  $x + y + z = 0$ ;    d) Numai dacă  $x = y = z$ .
3. Mulțimea  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \circ (-1) = -1\}$  este:
  - a)  $\emptyset$ ;    b)  $\{-1\}$ ;
  - c)  $\mathbb{R}$ ;    d) Finită, având cel puțin 2 elemente.
4. Expresia  $(-2003) \circ (-2002) \circ \dots \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 2002 \circ 2003$  este:
  - a) 0;    b) -1;    c) 1;    d) 2003!

Se consideră șirul de numere naturale  $(a_n)_{n \geq 1}$ ,  $a_n = n^4 + 4$ .

5. Termenul  $a_1$  este:
  - a) 8;    b) 4;    c) 16;    d) 5.
6. Numărul termenilor șirului  $(a_n)_{n \geq 1}$  care sunt numere prime este:
  - a) Cuprins între 2 și 2002;    b) Infinit;
  - c) Finit, dar strict mai mare decât 2003;    d) 1.

Se consideră polinomul  $f = X^4 + 4$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ .

7. Polinomul  $f - (X^2 - 2X + 2)(X^2 + 2X + 2)$  este:
  - a) 0;    b)  $4X$ ;    c)  $4X^3$ ;    d)  $4X^2$ .
8. Numărul de rădăcini reale ale polinomului  $f$  este:
  - a) 0;    b) 4;    c) 2;    d) 1.
9. Suma  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$  este:
  - a) 0;    b) 16;    c) -4;    d) 4.
10. Suma  $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$  este:
  - a) -16;    b) 16;    c) 4;    d) 0.

În mulțimea  $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$  se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

11. Matricea  $A^2$  este:
  - a)  $A$ ;    b)  $I_2$ ;    c)  $B$ ;    d)  $I_2 + A$ .

12. Determinantul matricei  $B$  este:  
a) 1;                      b)  $-1$ ;                      c)  $-3$ ;                      d) 3.

13. Inversa matricei  $A$  este:  
a)  $A$ ;                      b)  $B$ ;                      c)  $-A$ ;                      d)  $I_2$ .

14. Matricea  $AB - BA$  este:  
a)  $\begin{pmatrix} -6 & 4 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$ ;                      b)  $I_2$ ;                      c)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;                      d)  $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ -6 & -6 \end{pmatrix}$ .

15. Mulțimea  $\{n \in \mathbb{N}^* \mid (BA)^n = I_2\}$  este:  
a) Formată dintr-un număr de elemente cuprins între 1 și 10;                      b) Infinită;  
c) Finită, având cel puțin 11 elemente;                      d) Vidă.

Într-o livadă sunt cireși. În prima zi a înflorit un cireș, apoi în fiecare zi au înflorit de două ori mai mulți cireși decât au înflorit în ziua precedentă.

16. Câți cireși au înflorit în ziua a treia?  
a) 3;                      b) 8;                      c) 7;                      d) 3.

17. Câți cireși sunt înfloriți la sfârșitul zilei a cincea?  
a) 33;                      b) 31;                      c) 32;                      d) 30.

18. Cel mai mic număr natural  $n$ , astfel încât la sfârșitul celei de-a  $n$ -a zile să fie înfloriți cel puțin 1000 de cireși, este:  
a) 9;                      b) 10;                      c) 12;                      d) 11.

Într-o carte paginile sunt numerotate începând cu numărul 1, iar orice foaie are două pagini.

19. Suma numerelor paginilor din primele trei foi este:  
a) 21;                      b) 15;                      c) 6;                      d) 10.

20. Suma tuturor numerelor paginilor din foaia a zecea și din foaia a cincisprezecea este:  
a) 99;                      b) 97;                      c) 100;                      d) 98.

21. Care dintre următoarele elemente poate fi suma tuturor numerelor paginilor din trei foi ale cărții?  
a) 197;                      b) 199;                      c) 200;                      d) 198.

Se consideră piramida triunghiulară  $VABC$ , având toate muchiile (laterale și ale bazei) egale cu  $a$ .

22. Aria totală a piramidei este:  
a)  $a^2$ ;                      b)  $2a^2\sqrt{3}$ ;                      c)  $4a^2\sqrt{3}$ ;                      d)  $a^2\sqrt{3}$ .

23. Înălțimea piramidei este:  
a)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ ;                      b)  $\frac{a}{3}$ ;                      c)  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ ;                      d)  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

24. Volumul piramidei este:  
a)  $\frac{a^3}{6}$ ;                      b)  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ ;                      c)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ ;                      d)  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

25. Distanța cea mai mică dintre vârful  $V$  și un punct  $M$  situat pe planul bazei ( $ABC$ ) este:  
a)  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ ;                      b)  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ ;                      c)  $\frac{a}{3}$ ;                      d)  $\frac{a}{2}$ .

26. Distanța cea mai mare dintre vârful  $V$  și un punct  $P$  situat în interiorul sau pe laturile triunghiului  $ABC$  este:  
a)  $2a$ ;                      b)  $a$ ;                      c)  $a\sqrt{2}$ ;                      d)  $a\sqrt{3}$ .

Se consideră mulțimea  $A = \{10, 11, \dots, 99\}$ .

- 27.** Câte elemente din mulțimea  $A$  conțin cifra 2 în scrierea lor?  
a) 19;                      b) 18;                      c) 20;                      d) 17.
- 28.** Care este suma elementelor mulțimii  $A$ ?  
a)  $50 \cdot 210$ ;              b)  $45 \cdot 109$ ;              c)  $45 \cdot 110$ ;              d)  $50 \cdot 109$ .
- 29.** Câte elemente din mulțimea  $A$  au în scrierea lor cifre egale?  
a) 10;                      b) 11;                      c) 8;                      d) 9.
- 30.** Câte elemente are mulțimea  $A$ ?  
a) 88;                      b) 89;                      c) 90;                      d) 91.

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

1. Egalitatea  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$ ,  $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ , are loc:  
a) Numai pentru  $a = b = c = d$ ;    b) Numai pentru  $a = b$ ;  
c) Pentru orice  $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ ;    d) Numai pentru  $a = c$ .
2. Dacă  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) - (ac + bd)^2 = 0$ ,  $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ , atunci:  
a)  $ad = bc$ ;    b)  $a + b + c + d = 0$ ;    c)  $ac + bd = 0$ ;    d)  $a + d = b + c$ .
3. Numărul de elemente ale mulțimii  $\{x \in (0, \infty) \mid 25[(\log_2 x)^2 + (\log_3 x)^2] = (4 \log_2 x + 3 \log_3 x)^2\}$  este:  
a) 2;    b) 3;    c) 0;    d) 1.
4. Suma pătratelor soluțiilor reale ale ecuației  $(4^x + 25^x)(9^x + 49^x) = (6^x + 35^x)^2$  este:  
a) 5;    b) 0;    c) 2;    d) 1.

Se consideră funcțiile  $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_0(x) = \cos x$  și  $f_{n+1}(x) = f'_n(x)$ ,  $(\forall) n \in \mathbb{N}$  și  $(\forall) x \in \mathbb{R}$ .

5.  $f_0(\pi)$  este:  
a)  $-1$ ;    b)  $\pi$ ;    c) 1;    d) 0.
6.  $f_1(\pi)$  este:  
a) 0, 5;    b)  $-1$ ;    c) 0;    d) 1.
7.  $\int_0^{2\pi} f_1(x) dx$  este:  
a) 0;    b) 4;    c)  $-2$ ;    d) 2.
8.  $f_{10}(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , este:  
a)  $\cos x$ ;    b)  $\sin x$ ;    c)  $-\sin x$ ;    d)  $-\cos x$ .
9.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_0(x) + f_1(x) + \dots + f_n(x)}{n}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , este:  
a) 1;    b)  $\cos x$ ;    c)  $\sin x$ ;    d) 0.

În sistemul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $A(2, 0)$ ,  $B(0, 2)$ ,  $C(-2, 0)$ ,  $D(0, -2)$ ,  $O(0, 0)$ .

10. Segmentul  $AB$  are lungimea:  
a)  $2\sqrt{3}$ ;    b)  $2\sqrt{2}$ ;    c) 4;    d) 2.
11. Suma  $OA + OB + OC + OD$  este:  
a) 2;    b) 6;    c) 4;    d) 8.
12. Ecuația dreptei  $AC$  este:  
a)  $xy = 0$ ;    b)  $x^2 + y^2 = 1$ ;    c)  $x^2 = 1$ ;    d)  $y = 0$ .
13. Produsul  $AB \cdot BC \cdot CD \cdot DA$  este:  
a) 64;    b) 128;    c) 16;    d) 32.

În mulțimea  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$  se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

14. Matricea  $AB - BA$  este:
- a)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;      b)  $I_2$ ;      c)  $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ ;      d)  $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ .
15. Determinantul matricei  $A$  este:
- a) 0;      b) -1;      c) 1;      d) -2.
16. Matricea  $A^2$  este:
- a)  $I_2$ ;      b)  $B$ ;      c)  $I_2 + A$ ;      d)  $A$ .
17. Inversa matricei  $A$  este:
- a)  $I_2 + A$ ;      b)  $A$ ;      c)  $B$ ;      d)  $I_2$ .
18. Rangul matricei  $X = I_2 + A + A^2 + \dots + A^{2003}$  este:
- a) 2004;      b) 2;      c) 0;      d) 1.
19. Mulțimea  $\{n \in \mathbb{N}^* \mid (AB)^n = I_2\}$  este:
- a) Finită, având cel puțin două elemente;      b) Vidă;  
c) Infinită;      d) Formată din exact un element.

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$ .

20. Câte asimptote verticale are graficul funcției  $f$ ?
- a) 1;      b) 2;      c) 0;      d) 3.
21. Expresia  $f(x) - \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$ ,  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$ , este:
- a) 0;      b)  $-\frac{2}{x+1}$ ;      c)  $2f(x)$ ;      d)  $\frac{2}{x}$ .
22.  $\int_1^2 f(x) dx$  este:
- a)  $\ln \frac{3}{4}$ ;      b)  $\ln 2$ ;      c)  $\ln 3$ ;      d)  $\ln \frac{4}{3}$ .
23. Egalitatea  $f(1) + f(2) + \dots + f(n) = 1 - \frac{1}{n+1}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , este adevărată:
- a) Numai pentru  $n > 2003$ ;      b) Numai pentru  $n < 2003$ ;  
c) Numai pentru  $n = 2003$ ;      d)  $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$ .
24.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(1) + f(2) + \dots + f(n))$  este:
- a)  $\infty$ ;      b) 2;      c) 0,5;      d) 1.
25.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\ln x} \int_1^x f(t) dt$  este:
- a)  $\infty$ ;      b) 2;      c) 1;      d) 0.
26. Suma  $1 + 2 + 3 + \dots + 2003$  este:
- a)  $2003 \cdot 1001$ ;      b)  $2003 \cdot 2004$ ;      c)  $2003 \cdot 1002$ ;      d)  $2003 \cdot 2002$ .
27. Produsul  $1 \cdot i \cdot i^2 \cdot \dots \cdot i^{2003}$  este:
- a) 1;      b) -1;      c)  $i$ ;      d)  $-i$ .
28. Suma  $1 + i + i^2 + \dots + i^{2003}$  este:
- a)  $i$ ;      b)  $1 + i$ ;      c) 0;      d) 1.
29. Suma  $\hat{0} + \hat{1} + \hat{2} + \dots + \widehat{12}$  în  $\mathbb{Z}_{13}$  este:
- a)  $\hat{6}$ ;      b)  $\hat{1}$ ;      c)  $\hat{0}$ ;      d)  $\hat{7}$ .
30. Produsul  $\hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \dots \cdot \widehat{12}$  în  $\mathbb{Z}_{13}$  este:
- a)  $\hat{3}$ ;      b)  $\hat{1}$ ;      c)  $\hat{2}$ ;      d)  $\widehat{12}$ .

pentru absolvenții claselor a XII-a, promoția 2003

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

Se consideră mulțimea  $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ .

1. Care este numărul maxim de elemente ce pot fi alese din mulțimea  $A$ , cu proprietatea că oricare două elemente diferite, dintre cele alese, nu se divid între ele?  
**a)** 3;                      **b)** 5;                      **c)** 6;                      **d)** 4.
2. Câte submulțimi cu două elemente are mulțimea  $A$ ?  
**a)** 57;                      **b)** 55;                      **c)** 50;                      **d)** 45.
3. Câte submulțimi nevide ale mulțimii  $A$  au proprietatea că suma elementelor lor este egală cu 5?  
**a)** 4;                      **b)** 3;                      **c)** 2;                      **d)** 1.

Pe  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție "o" prin  $x \circ y = 2xy - 4x - 4y + 10$ .

4. Elementul  $x \circ y$  mai poate fi scris, ( $\forall$ )  $x, y \in \mathbb{R}$ :  
**a)**  $2(x+2)(y+2) - 2$ ;    **b)**  $2(x+2)(y-2) + 2$ ;    **c)**  $2(x-2)(y+2) - 2$ ;    **d)**  $2(x-2)(y-2) + 2$ .
5. Egalitatea  $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$  are loc:  
**a)** Numai când  $y = z$ ;                      **b)** Pentru orice numere reale  $x, y, z$ ;  
**c)** Numai când  $x = y$ ;                      **d)** Numai când  $x = y = z$ .
6. Elementul neutru al legii "o" este:  
**a)** 0;                      **b)** 1;                      **c)** 2;                      **d)** 2, 5.
7. Ecuația  $2^x \circ 4^x = 2$  are suma soluțiilor egală cu:  
**a)** 3;                      **b)** 1;                      **c)** 1, 5;                      **d)** 2.
8. Mulțimea  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \circ 2 = 2\}$  este:  
**a)** Formată dintr-un element;                      **b)**  $\emptyset$ ;  
**c)**  $\mathbb{R}$ ;                      **d)** Finită, având cel puțin 2 elemente.
9. Elementul  $(-2003) \circ (-2002) \circ \dots \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 2002 \circ 2003$  este:  
**a)** 1;                      **b)** 2;                      **c)** 0;                      **d)** -1.

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \setminus \{-2, -1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ .

10. Expresia  $f(x) - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$ ,  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1\}$ , este:  
**a)** 0;                      **b)**  $2f(x)$ ;                      **c)**  $\frac{2}{x+2}$ ;                      **d)**  $-\frac{2}{x+1}$ .
11. Numărul de asimptote verticale la graficul funcției  $f$  este:  
**a)** 2;                      **b)** 3;                      **c)** 0;                      **d)** 1.
12. Aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele  $x = 0$  și  $x = 1$ , este:  
**a)**  $\arctg 2$ ;                      **b)**  $\ln \frac{4}{3}$ ;                      **c)**  $\ln \frac{3}{4}$ ;                      **d)** 1.



13.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 f(x)$  este:

a)  $\infty$ ;                      b) 0,5;                      c) 0;                      d) 1.

14.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(0) + f(1) + \dots + f(n))$  este:

a) 1;                      b)  $\infty$ ;                      c) 0,5;                      d)  $e$ .

Se consideră polinoamele  $f = X^2 - 4X + 3$ ,  $g = X^n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , și matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

15. Rădăcinile polinomului  $f$  sunt:

a)  $x_1 = -1, x_2 = 3$ ;      b)  $x_1 = 1, x_2 = -3$ ;      c)  $x_1 = 1, x_2 = 3$ ;      d)  $x_1 = -1, x_2 = -3$ .

16. Matricea  $A^2$  este:

a)  $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ ;      b)  $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ;      c)  $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ ;      d)  $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ .

17.  $f(A) = A^2 - 4A + 3I_2$  este:

a)  $O_2$ ;                      b)  $A$ ;                      c)  $I_2$ ;                      d)  $A + I_2$ .

18. Restul împărțirii polinomului  $g$  la polinomul  $f$  este:

a)  $\frac{3^n - 1}{2}X + \frac{3 - 3^n}{2}$ ;      b)  $\frac{3^n + 1}{2}X + \frac{3^n - 3}{2}$ ;      c)  $\frac{3^n + 1}{2}X + \frac{3^n + 3}{2}$ ;      d)  $\frac{3^n - 1}{2}X + \frac{3^n + 3}{2}$ .

19. Pentru ce valori  $n \in \mathbb{N}^*$  este adevărată egalitatea  $A^n = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3^n + 1 & 3^n - 1 \\ 3^n - 1 & 3^n + 1 \end{pmatrix}$ ?

- a) Pentru exact o valoare a lui  $n \in \mathbb{N}^*$ ;  
 b) Pentru un număr finit de valori ale lui  $n \in \mathbb{N}^*$ , mai mare decât 2;  
 c) Pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ ;  
 d) Pentru nicio valoare a lui  $n \in \mathbb{N}^*$ .

20. Produsul  $\sin(-90^\circ) \cdot \sin(-89^\circ) \cdot \dots \cdot \sin(-1^\circ) \cdot \sin 1^\circ \cdot \dots \cdot \sin 89^\circ \cdot \sin 90^\circ$  este:

a)  $-\frac{1}{245}$ ;                      b)  $\frac{1}{330}$ ;                      c)  $\frac{1}{245}$ ;                      d) 0.

21. Suma  $\cos 0^\circ + \cos 1^\circ + \dots + \cos 179^\circ + \cos 180^\circ$  este:

a) 0,5;                      b) 1;                      c) -1;                      d) 0.

Se consideră funcțiile  $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_0(x) = xe^x$ ,  $f_{n+1}(x) = f'_n(x)$ ,  $(\forall) n \in \mathbb{N}$ ,  $(\forall) x \in \mathbb{R}$ .

22.  $f_1(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , este:

a)  $e^x(x - 1)$ ;                      b)  $e^x + x$ ;                      c)  $xe^x$ ;                      d)  $e^x(x + 1)$ .

23. Ecuația  $f_2(x) = 0$  are soluția:

a)  $x = 0$ ;                      b)  $x = -2$ ;                      c)  $x = 2$ ;                      d)  $x = 1$ .

24.  $f_{2003}(0)$  este:

a)  $-2003$ ;                      b)  $2003!$ ;                      c)  $2003$ ;                      d)  $2002$ .

25.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , este:

a)  $\infty$ ;                      b) 1;                      c) 0;                      d)  $\frac{n+1}{n}$ .

26. Asimptota orizontală la graficul funcției  $f_0$  către  $-\infty$  este:

a)  $y = x$ ;                      b)  $y = 1$ ;                      c)  $y = 0$ ;                      d)  $y = xe^x$ .

În sistemul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $A(-1, \sqrt{3})$ ,  $B(-1, -\sqrt{3})$ ,  $C(2, 0)$ .

27. Perimetrul triunghiului  $ABC$  este:  
a)  $2\sqrt{3}$ ;      b)  $3\sqrt{3}$ ;      c)  $6\sqrt{3}$ ;      d) 6.
28. Aria triunghiului  $ABC$  este:  
a) 3;      b) 9;      c)  $3\sqrt{3}$ ;      d) 4.
29. Raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$  este:  
a)  $\sqrt{3}$ ;      b) 1;      c)  $\sqrt{2}$ ;      d) 2.
30. Măsura unghiului  $A$  din triunghiul  $ABC$  este:  
a)  $60^\circ$ ;      b)  $30^\circ$ ;      c)  $90^\circ$ ;      d)  $45^\circ$ .

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

Pe mulțimea numerelor complexe se consideră legea de compoziție " $\circ$ ", definită prin  $x \circ y = xy + ix + iy - 1 - i$ .

1. Elementul  $x \circ y$  mai poate fi scris ( $\forall$ )  $x, y \in \mathbb{C}$ :  
**a)**  $(x - i)(y - i) - i$ ;    **b)**  $(x + i)(y + i) + i$ ;    **c)**  $(x - i)(y - i) + i$ ;    **d)**  $(x + i)(y + i) - i$ .
2. Egalitatea  $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$  este adevărată:  
**a)** Pentru orice  $x, y, z \in \mathbb{C}$ ;    **b)** Numai dacă  $x = y = z$ ;  
**c)** Numai dacă  $x = i$ ;    **d)** Numai dacă  $x = y$ .
3. Mulțimea valorilor lui  $n \in \mathbb{N}^*$ , pentru care egalitatea

$$x_1 \circ x_2 \circ \dots \circ x_n = (x_1 + i)(x_2 + i) \cdot \dots \cdot (x_n + i) - i$$

este adevărată, ( $\forall$ )  $x, y, z \in \mathbb{C}$ , este:

- a)**  $\mathbb{N}^*$ ;    **b)**  $\emptyset$ ;  
**c)** Formată dintr-un element;    **d)** Finită, având cel puțin 2 elemente.
4. Expresia  $(-100i) \circ (-99i) \circ \dots \circ (-i) \circ 0 \circ i \circ 2i \circ \dots \circ 99i \circ 100i$  este:  
**a)** 1;    **b)**  $-i$ ;    **c)** 0;    **d)**  $i$ .
5. Ecuația  $x \circ x \circ x \circ x = 1 - i$  are în  $\mathbb{C}$ :  
**a)** 2 soluții;    **b)** 3 soluții;    **c)** o soluție;    **d)** 4 soluții.

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

6. Determinantul matricei  $A$  este:  
**a)** 1;    **b)**  $-1$ ;    **c)**  $-6$ ;    **d)** 5.
7. Matricea  $A^2$  este:  
**a)**  $A + I_2$ ;    **b)**  $I_2$ ;    **c)**  $B$ ;    **d)**  $A$ .
8. Matricea  $A^{2003}$  este:  
**a)**  $B$ ;    **b)**  $A + I_2$ ;    **c)**  $A$ ;    **d)**  $I_2$ .
9. Matricea  $AB - BA$  este:  
**a)**  $\begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 4 & -10 \end{pmatrix}$ ;    **b)**  $\begin{pmatrix} 10 & -10 \\ -4 & -10 \end{pmatrix}$ ;    **c)**  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;    **d)**  $I_2$ .
10. Mulțimea  $\{n \in \mathbb{N}^* \mid (BA)^n = I_2\}$  este:  
**a)** Finită, conținând între 11 și 2003 elemente;  
**b)** Infinită;  
**c)** Vidă;  
**d)** Finită, conținând între 1 și 10 elemente.
11. Produsul  $\hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \dots \cdot \hat{7}$  în  $\mathbb{Z}_8$  este:  
**a)**  $\hat{2}$ ;    **b)**  $\hat{6}$ ;    **c)**  $\hat{0}$ ;    **d)**  $\hat{4}$ .

12. Suma  $\hat{1} + \hat{2} + \dots + \hat{10}$  în  $\mathbb{Z}_{11}$  este:  
 a)  $\hat{10}$ ;                      b)  $\hat{0}$ ;                      c)  $\hat{6}$ ;                      d)  $\hat{5}$ .
13. În  $\mathbb{Z}_6$  ecuația  $\hat{3}\hat{x} = \hat{0}$  are:  
 a) o soluție;                      b) 3 soluții;                      c) 2 soluții;                      d) 4 soluții.
14. În  $\mathbb{Z}_6$  ecuația  $\hat{x}^3 = \hat{x}$  are:  
 a) 2 soluții;                      b) 6 soluții;                      c) 4 soluții;                      d) 3 soluții.
15. Cel mai mare număr natural  $n$  pentru care  $2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n < 2003$  este:  
 a) 9;                      b) 10;                      c) 11;                      d) 8.

Se consideră funcția  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2}$ .

16. Expresia  $f(x) - 2 + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$ ,  $x \in [0, \infty)$ , este:  
 a) 4;                      b) 0;                      c) -2;                      d)  $2 \left( \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} \right)$ .
17. Asimptota orizontală către  $+\infty$ , la graficul funcției  $f$  este:  
 a)  $y = 0$ ;                      b)  $y = 2$ ;                      c)  $y = -2$ ;                      d)  $y = 1$ .
18.  $f'(x)$ ,  $x \in [0, \infty)$ , este:  
 a)  $-\frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+2)^2}$ ;                      b)  $\frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+2)^2}$ ;  
 c)  $\ln(x+1) + \ln(x+2)$ ;                      d)  $-\ln(x+1) - \ln(x+2)$ .
19.  $\int_0^1 f(x) dx$  este:  
 a)  $-2 + \ln 3$ ;                      b)  $2 + \ln 3$ ;                      c)  $2 - \ln 3$ ;                      d)  $-2 - \ln 3$ .
20.  $\frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt$  este:  
 a) 1;                      b) 0;                      c) 2;                      d)  $\infty$ .

Se consideră polinoamele  $f = X^2 + X + 1$  cu rădăcinile  $x_1, x_2 \in \mathbb{C}$  și  $g = X^3 - 1$ .

21. Restul împărțirii polinomului  $g$  la polinomul  $f$  este:  
 a) 0;                      b)  $X$ ;                      c) 1;                      d)  $X + 1$ .
22. Expresia  $x_1^3 - x_2^3$  este:  
 a)  $i$ ;                      b) 0;                      c)  $-1$ ;                      d) 1.
23. Suma  $x_1 + x_2 + x_1x_2$  este:  
 a) 2;                      b) 0;                      c)  $-1$ ;                      d)  $-2$ .
24. Suma  $x_1^{2004} + x_2^{2004}$  este:  
 a) 2;                      b)  $-2$ ;                      c)  $-1$ ;                      d) 0.
25. Suma  $1 + x_1 + x_1^2 + \dots + x_1^{21}$  este:  
 a)  $i$ ;                      b) 1;                      c) 0;                      d)  $-1$ .

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x+1)^3 - x^3$ .

26.  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , este:  
 a)  $6x + 3$ ;                      b)  $6x$ ;                      c)  $3x + 1$ ;                      d)  $2x + 1$ .
27. Funcția  $f$  este strict crescătoare pe intervalul:  
 a)  $\left[-\frac{1}{2}, \infty\right)$ ;                      b)  $[-1, \infty)$ ;                      c)  $(-\infty, 1]$ ;                      d)  $(-\infty, 0]$ .

28. Valoarea minimă a funcției  $f$  este:
- a) 1;                      b)  $\frac{1}{4}$ ;                      c)  $\frac{1}{2}$ ;                      d)  $-\frac{1}{4}$ .
29. Funcția  $f$  este convexă:
- a) Numai pe intervalul  $[0, \infty)$ ;                      b) Numai pe intervalul  $(-\infty, 0]$ ;  
c) Pe  $\mathbb{R}$ ;                      d) Numai pe intervalul  $[-1, 1]$ .
30.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(0) + f(1) + \dots + f(n)}{n^3}$  este:
- a) 1;                      b)  $\frac{1}{3}$ ;                      c)  $\infty$ ;                      d) 0.

pentru absolvenții claselor a XII-a, promoția 2003

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

Se consideră mulțimea  $A = \{1, 2, \dots, 7\}$ .

1. Câte submulțimi cu număr impar de elemente are mulțimea  $A$ ?  
 a) 36;                      b) 64;                      c) 49;                      d) 128.
2. Care este media aritmetică a elementelor mulțimii  $A$ ?  
 a) 3;                        b) 4;                        c) 5;                        d) 4, 5.
3. Câte submulțimi cu două elemente are mulțimea  $A$ ?  
 a) 49;                      b) 42;                      c) 21;                      d) 20.
4. Care este media geometrică a elementelor pare din mulțimea  $A$ ?  
 a)  $\sqrt{24}$ ;                      b)  $\sqrt{12}$ ;                      c) 4;                        d)  $\sqrt[3]{48}$ .

Un triunghi dreptunghic  $ABC$  are catetele cu lungimile de 6 și respectiv 8.

5. Cât este lungimea ipotenuzei?  
 a) 11;                      b) 12;                      c) 9;                        d) 10.
6. Care este aria triunghiului?  
 a) 48;                      b) 20;                      c) 24;                      d) 30.
7. Care este lungimea înălțimii care cade pe ipotenuză?  
 a) 5;                        b) 4;                        c) 4, 8;                      d) 2, 4.
8. Care este perimetrul triunghiului cu vârfurile în mijloacele laturilor triunghiului  $ABC$ ?  
 a) 12;                      b) 15;                      c) 10;                      d) 14.
9. Care este aria triunghiului cu vârfurile în mijloacele laturilor triunghiului  $ABC$ ?  
 a) 10;                      b) 5;                        c) 12;                      d) 6.
10. Care este cel mai mic număr natural nenul  $n$ , pentru care  $n! > 100$ ?  
 a) 7;                        b) 4;                        c) 5;                        d) 6.
11. Care este cel mai mare număr natural nenul  $n$ , pentru care  $2^n < 2003$ ?  
 a) 9;                        b) 12;                      c) 11;                      d) 10.
12. Câte numere de 4 cifre se pot forma utilizând cifrele 1, 2, 3?  
 a) 70;                      b) 80;                      c) 64;                      d) 81.
13. Care este cel mai mare număr de elemente, ce pot fi alese din mulțimea  $\{1, 2, \dots, 11\}$ , cu proprietatea că oricare două elemente diferite, dintre cele alese, nu se divid unul pe celălalt?  
 a) 4;                        b) 6;                        c) 7;                        d) 5.

Se consideră numărul  $\frac{1}{13} = 0, a_1 a_2 a_3 \dots a_n \dots$

14. Suma  $a_1 + a_2$  este:  
 a) 11;                      b) 9;                      c) 13;                      d) 7.
15. Produsul  $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{2003}$  este:  
 a)  $7^{2003}$ ;                      b) 0;                      c)  $2003!$ ;                      d)  $13^{2003}$ .
16. Cifra  $a_{2003}$  este:  
 a) 7;                      b) 3;                      c) 6;                      d) 2.

Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ . Notăm cu  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  soluțiile ecuației  $f(x) = 0$ .

17.  $f(0)$  este:  
 a) 0;                      b)  $-1$ ;                      c) 2;                      d) 1.
18. Suma  $x_1 + x_2$  este:  
 a)  $-2$ ;                      b) 3;                      c)  $-3$ ;                      d) 2.
19. Produsul  $x_1 \cdot x_2$  este:  
 a)  $-0,5$ ;                      b)  $-2$ ;                      c) 2;                      d)  $0,5$ .
20. Mulțimea  $\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) < 0\}$  este:  
 a)  $(0, 2)$ ;                      b)  $(1, 3)$ ;                      c)  $(-\infty, 0)$ ;                      d)  $(1, 2)$ .
21. Produsul  $f(0) \cdot f(1) \cdot \dots \cdot f(2003)$  este:  
 a)  $2003!$ ;                      b) 0;                      c)  $2002!$ ;                      d)  $2004!$ .

Se consideră în plan o mulțime  $M$  formată din 10 puncte cu proprietatea că oricare trei dintre ele sunt necoliniare.

22. Numărul dreptelor care trec prin câte 2 puncte din mulțimea  $M$  este:  
 a) 100;                      b) 90;                      c) 50;                      d) 45.
23. Câte triunghiuri pot avea vârfurile în punctele din mulțimea  $M$ ?  
 a) 360;                      b) 720;                      c) 120;                      d) 240.
24. Dacă un triunghi are cel puțin două axe de simetrie, atunci acesta este:  
 a) Dreptunghic;                      b) Isoscel, dar nu echilateral;                      c) Echilateral;                      d) Obtuzunghic.
25. Dacă mulțimea  $A$  are 10 elemente, mulțimea  $B$  are 7 elemente iar mulțimea  $A \cap B$  are 3 elemente, atunci câte elemente are mulțimea  $A \cup B$ ?  
 a) 12;                      b) 17;                      c) 11;                      d) 14.
26. O marfă costă 200 de euro și s-a redus prețul cu 20%. Câți euro costă acum marfa?  
 a) 160;                      b) 220;                      c) 240;                      d) 180.
27. Numărul soluțiilor ecuației  $2^x = -1$  este:  
 a) 0;                      b) 1;                      c) 3;                      d) 2.
28. Suma soluțiilor ecuației  $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$  este:  
 a) 2;                      b) 3;                      c) 1;                      d) 0.
29. Suma  $1 + 2 + 3 + \dots + 2003$  este:  
 a)  $2003 \cdot 1001$ ;                      b)  $2003 \cdot 1002$ ;                      c)  $2002 \cdot 2003$ ;                      d)  $2003 \cdot 2004$ .
30. Numărul  $\sqrt{2}$  este egal cu 1,  $a_1 a_2 a_3 \dots$ . Cât este  $a_1 + a_2 + a_3$ ?  
 a) 10;                      b) 8;                      c) 6;                      d) 9.

Specializarea matematică-informatică  
 pentru absolvenții claselor a XII-a, promoția 2003

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

Se consideră triunghiul  $ABC$  cu lungimile laturilor 3, 4 și 5.

1. Măsura unghiului care se opune laturii egale cu 5 este:  
 a)  $90^\circ$ ;                      b)  $80^\circ$ ;                      c)  $100^\circ$ ;                      d)  $60^\circ$ .
2. Raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$  este:  
 a) 2, 5;                              b) 4;                              c) 3;                              d) 2.
3. Aria triunghiului  $ABC$  este:  
 a) 6;                                  b) 7;                                  c) 12;                              d) 5.
4. Suma cosinusurilor unghiurilor triunghiului  $ABC$  este:  
 a) 2, 4;                              b) 2;                              c) 1, 4;                              d) 1.
5. Suma înălțimilor triunghiului  $ABC$  este:  
 a) 8;                                  b) 9;                                  c) 9, 6;                              d) 9, 4.

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x(x^2 + x)$ . Notăm prin  $f^{(n)}(x)$ , derivata de ordinul  $n$  a funcției  $f$  în punctul  $x$ .

6. Cât este  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ ?  
 a) 1;                                  b) 0;                                  c) 5;                                  d) 2.
7. Ce se poate spune despre asimptota la graficul funcției  $f$  către  $-\infty$ ?  
 a) Este dreapta  $y = x$ ;      b) Este dreapta  $y = 1$ ;      c) Nu există;                      d) Este dreapta  $y = 0$ .
8. Câte puncte de inflexiune are graficul funcției  $f$ ?  
 a) 3;                                  b) 0;                                  c) 2;                                  d) 1.
9. Mulțimea  $\{n \in \mathbb{N}^* \mid f^{(n)}(x) = e^x(x^2 + (2n + 1)x + n^2), (\forall) x \in \mathbb{R}\}$  este:  
 a)  $\mathbb{N}^*$ ;                                  b) Vidă;  
 c) Finită, având cel mult 2003 elemente;      d) Finită, având cel puțin 2003 elemente.
10.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f'(0) + f''(0) + \dots + f^{(n)}(0)}{n^3}$  este:  
 a) 0;                                  b) 1;                                  c) 0, (3);                              d)  $\infty$ .

Se consideră mulțimea  $M = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$ .

11. Media aritmetică a elementelor mulțimii  $M$  este:  
 a) 8;                                  b) 4, 5;                                  c) 5;                                  d) 6.
12. Numărul de submulțimi cu șase elemente ale mulțimii  $M$  este:  
 a) 32;                                  b) 64;                                  c) 28;                                  d) 30.



13. Numărul total de submulțimi ale mulțimii  $M$  este:  
 a) 8!;                      b)  $3^8$ ;                      c)  $2^8$ ;                      d)  $8^8$ .
14. Câte elemente are mulțimea  $\{(a, b) \mid a, b \in M, a < b, a \text{ divide pe } b\}$ ?  
 a) 12;                      b) 13;                      c) 11;                      d) 10.
15. Numărul de progresii aritmetice de trei elemente cu rația strict pozitivă care se pot forma cu elementele mulțimii  $M$  este:  
 a) 12;                      b) 11;                      c) 10;                      d) 13.
16. Câte elemente inversabile față de înmulțire are inelul  $\mathbb{Z}_{12}$ ?  
 a) 4;                      b) 8;                      c) 3;                      d) 6.
17. Câte polinoame de grad mai mic sau egal cu 4 conține inelul  $\mathbb{Z}_2[X]$ ?  
 a) 16;                      b) 15;                      c) 32;                      d) 8.
18. Câte soluții are în inelul  $\mathbb{Z}_6$  ecuația  $4\hat{x} = \hat{0}$ ?  
 a) 1;                      b) 4;                      c) 3;                      d) 2.

Se consideră integralele  $I_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , unde  $I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx$  și  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x)^n dx$ ,  $(\forall) n \geq 1$  și șirul  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ ,  
 $w_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n} \cdot \sqrt{2n+1}$ ,  $(\forall) n \geq 1$ .

19.  $I_0$  este egal cu:  
 a) 2;                      b) 1;                      c)  $\frac{\pi}{2}$ ;                      d)  $-\frac{\pi}{2}$ .
20.  $I_1$  este:  
 a) 2;                      b) 1;                      c) -2;                      d) -1.
21. Mulțimea  $\left\{n \in \mathbb{N} \mid n \geq 2, I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}\right\}$  este:  
 (Se poate folosi eventual metoda integrării prin părți)  
 a)  $\mathbb{N} - \{0, 1\}$ ;                      b) Vidă;  
 c) Finită, având cel mult 2003 elemente;                      d) Finită, având cel puțin 2004 elemente.
22. Mulțimea  $\left\{n \in \mathbb{N}^* \mid 1 \leq \frac{I_n}{I_{n+1}} \leq \frac{n+1}{n}\right\}$  este:  
 a) Vidă;                      b)  $\mathbb{N}^*$ ;  
 c) Finită, având cel mult 2003 elemente;                      d) Finită, având cel puțin 2004 elemente.
23.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{I_n}{I_{n+1}}$  este:  
 a)  $\infty$ ;                      b) 1;                      c) 0,5;                      d) 0.
24. Știind că  $\frac{I_{2n}}{I_{2n+2}} = (w_n)^2 \cdot \frac{\pi}{2}$ ,  $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$ , atunci  $\lim_{n \rightarrow \infty} w_n$  este:  
 a)  $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$ ;                      b) 1;                      c)  $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ ;                      d) 0.

Se consideră polinomul  $f = X^3 - 4X + 1$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ . Pentru orice  $k \in \mathbb{N}^*$ , notăm cu  $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k$ , iar  $S_0 = 3$ .

25.  $f(-1)f(1)$  este:  
 a) 4;                      b) 6;                      c) -2;                      d) -8.
26. Numărul de rădăcini raționale ale polinomului  $f$  este:  
 a) 1;                      b) 0;                      c) 2;                      d) 3.

- 27.** Numărul de rădăcini reale ale polinomului  $f$  este:
- a) 1;                      b) 3;                      c) 2;                      d) 0.
- 28.** Suma  $x_1 + x_2 + x_3$  este:
- a) 1;                      b) 0;                      c) 3;                      d) 2.
- 29.** Mulțimea  $\{k \in \mathbb{N} \mid S_{k+3} - 4S_{k+1} + S_k = 0\}$  este:
- a)  $\emptyset$ ;                      b) Finită, având cel mult 2003 elemente;  
c)  $\mathbb{N}$ ;                      d) Finită, având cel puțin 2004 elemente.
- 30.** Mulțimea  $\{n \in \mathbb{N} \mid S_n \in \mathbb{Z}\}$  este:
- a)  $\mathbb{N}$ ;                      b) Finită, având cel mult 2003 elemente;  
c) Finită, având cel puțin 2004 elemente;                      d)  $\emptyset$ .

Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii  
Filiera tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \{x\}(1 - \{x\})$ , unde prin  $\{x\}$  am notat partea fracționară a numărului real  $x$ .

1. Câte dintre numerele  $f(0,25)$ ,  $f(0,5)$ ,  $f(0,75)$  și  $f(1)$ , sunt egale cu  $f(0)$ ?  
 a) 1;                      b) 3;                      c) 0;                      d) 2.
2. Care dintre următoarele numere reprezintă perioadă pentru funcția  $f$ ?  
 a) 0,25;                      b) 0,5;                      c) 1;                      d) 0,75.
3. Cât este  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ?  
 a) 0;                      b) Nu există;                      c) 1;                      d) -1.
4. Cum este mulțimea punctelor în care funcția  $f$  nu este continuă?  
 a) Vidă;                      b) Finită, având cel mult 2003 elemente;  
 c) Finită, având cel puțin 2004 elemente;                      d) Infinită.
5. Care este aria suprafeței plane mărginite de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și de dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 1$ ?  
 a) 1;                      b) 0,1(6);                      c) 0,2;                      d) 0,5.

Pe  $\mathbb{R}$  se consideră legea de compoziție "o" definită prin  $x \circ y = x + y + 1$ . Se știe că legea "o" este asociativă.

6. Elementul neutru al legii "o" este:  
 a) -2;                      b) -1;                      c) 0;                      d) 1.
7. Simetricul elementului  $x \in \mathbb{R}$ , față de legea "o" este:  
 a)  $-x + 1$ ;                      b)  $-x - 1$ ;                      c)  $-2 - x$ ;                      d)  $-x$ .
8. Elementul  $(-10) \circ (-9) \circ \dots \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 10$  este:  
 a) 20;                      b) 22;                      c) 19;                      d) 21.
9. Numărul de soluții reale ale ecuației  $4^x \circ 2^x = 21$  este:  
 a) 0;                      b) 2;                      c) 3;                      d) 1.

Se consideră funcțiile  $I_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $I_0(x) = 1$  și  $I_{n+1}(x) = \int_0^x I_n(t) dt$ ,  $(\forall) x \in \mathbb{R}$ ,  $(\forall) n \in \mathbb{N}$ .

10. Suma  $I_0(1) + I_0(2) + \dots + I_0(2003)$  este:  
 a) 2003;                      b) 0;                      c) 2004;                      d) 2002.
11.  $I_1(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  este:  
 a) 0;                      b)  $\frac{x}{2}$ ;                      c)  $x$ ;                      d) 1.
12.  $I_{10}(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  este:  
 a)  $10x$ ;                      b)  $10!x^{10}$ ;                      c)  $\frac{x^{10}}{10!}$ ;                      d)  $x^{10}$ .

13.  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  este:  
 a)  $\infty$ ;                      b)  $-\infty$ ;                      c)  $e$ ;                      d) 0.
14.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{I_0(1) + I_1(1) + \dots + I_n(1)}{n}$  este:  
 a)  $\infty$ ;                      b) 0;                      c) 1;                      d)  $e$ .

Se consideră polinomul  $f = X^4 - 4X^2 + 1$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ .

15. Suma  $f(-1) + f(1)$  este:  
 a) 2;                      b) -4;                      c) 6;                      d) -8.
16. Câte rădăcini raționale are polinomul  $f$ ?  
 a) 2;                      b) 0;                      c) 1;                      d) 3.
17. Cum sunt soluțiile ecuației  $x^2 - 4x + 1 = 0$ , rezolvată în mulțimea numerelor complexe?  
 a) Reale, una pozitivă și una negativă;                      b) Reale și negative;  
 c) Reale și pozitive;                      d) Complexe nereale.
18. Câte rădăcini reale are polinomul  $f$ ?  
 a) 3;                      b) 0;                      c) 2;                      d) 4.
19. Suma  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$  este:  
 a) -5;                      b) 1;                      c) 5;                      d) 0.
20. Produsul  $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$  este:  
 a) -1;                      b) -5;                      c) 1;                      d) 5.

În mulțimea  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$  se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  și  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

21. Matricea  $A^2$  este:  
 a)  $A$ ;                      b)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;                      c)  $O_2$ ;                      d)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
22. Determinantul matricei  $A$  este:  
 a) -1;                      b) 10;                      c) 0;                      d) 1.
23. Ecuația  $Z^2 = O_2$  are în  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ :  
 a) Un număr finit de soluții, strict mai mari decât 1;  
 b) Un număr infinit de soluții mai mari decât 1;  
 c) Nicio soluție;  
 d) O infinitate de soluții.
24. Ecuația  $Y^2 = A$  are în  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ :  
 a) Un număr finit de soluții, strict mai mari decât 1;                      b) Exact o soluție;  
 c) Nicio soluție;                      d) O infinitate de soluții.

În sistemul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $A(3, 4)$ ,  $B(-4, 3)$ ,  $C(0, -5)$  și  $O(0, 0)$ .

25. Suma  $OA + OB + OC$  este:  
 a) 15;                      b) 10;                      c) 12;                      d) 11.
26. Punctele  $A$ ,  $B$  și  $C$  se află pe curba:  
 a)  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ ;                      b)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ ;                      c)  $x^2 + y^2 = 25$ ;                      d)  $x + y = 7$ .
27. Ecuația dreptei  $AB$  este:  
 a)  $(xy)^2 = 12^2$ ;                      b)  $7y = x + 25$ ;                      c)  $7x = y + 25$ ;                      d)  $x^2 + y^2 = 25$ .

- 28.** Panta dreptei  $AC$  este:
- a) 3;                      b) 9;                      c)  $\frac{1}{3}$ ;                      d)  $\frac{1}{9}$ .
- 29.** Aria triunghiului  $ABC$  este:
- a) 30;                      b) 35;                      c) 60;                      d) 25.
- 30.** Raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$  este:
- a) 5;                      b) 3;                      c) 4, 5;                      d) 4.

Profil real: matematică-fizică, informatică, metrologie

pentru absolvenții claselor a XIII-a (zi, seral și frecvență redusă) promoția 2003 și promoțiile anterioare

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul ○, iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul ×.**

Se consideră integralele  $I_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , unde  $I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx$  și  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)^n dx$ ,  $(\forall) n \geq 1$  și șirul  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ ,  
 $w_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n} \cdot \sqrt{2n+1}$ ,  $(\forall) n \geq 1$ .

1.  $I_0$  este egal cu:

- a)  $-\frac{\pi}{2}$ ;                      b) 2;                      c)  $\frac{\pi}{2}$ ;                      d) 1.

2.  $I_1$  este:

- a) 1;                      b) 2;                      c) -2;                      d) -1.

3. Mulțimea  $\left\{ n \in \mathbb{N} \mid n \geq 2, I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2} \right\}$  este:

(Se poate folosi eventual metoda integrării prin părți)

- a) Finită, având cel puțin 2004 elemente;                      b) Vidă;  
 c) Finită, având cel mult 2003 elemente;                      d)  $\mathbb{N} - \{0, 1\}$ .

4. Mulțimea  $\left\{ n \in \mathbb{N}^* \mid 1 \leq \frac{I_n}{I_{n+1}} \leq \frac{n+1}{n} \right\}$  este:

- a) Finită, având cel mult 2003 elemente;                      b)  $\mathbb{N}^*$ ;  
 c) Vidă;                      d) Finită, având cel puțin 2004 elemente.

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{I_n}{I_{n+1}}$  este:

- a) 1;                      b)  $\infty$ ;                      c) 0,5;                      d) 0.

6. Știind că  $\frac{I_{2n}}{I_{2n+2}} = (w_n)^2 \cdot \frac{\pi}{2}$ ,  $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$ , atunci  $\lim_{n \rightarrow \infty} w_n$  este:

- a) 1;                      b)  $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$ ;                      c) 0;                      d)  $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ .

Se consideră mulțimea  $M = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$ .

7. Media aritmetică a elementelor mulțimii  $M$  este:

- a) 4,5;                      b) 6;                      c) 8;                      d) 5.

8. Numărul de submulțimi cu șase elemente ale mulțimii  $M$  este:

- a) 64;                      b) 32;                      c) 28;                      d) 30.

9. Numărul total de submulțimi ale mulțimii  $M$  este:

- a)  $8^8$ ;                      b)  $2^8$ ;                      c)  $8!$ ;                      d)  $3^8$ .

10. Câte elemente are mulțimea  $\{(a, b) \mid a, b \in M, a < b, a \text{ divide pe } b\}$ ?

- a) 11;                      b) 13;                      c) 12;                      d) 10.

11. Numărul de progresii aritmetice de trei elemente cu rația strict pozitivă care se pot forma cu elementele mulțimii  $M$  este:

- a) 11;                      b) 12;                      c) 13;                      d) 10.

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x(x^2 + x)$ . Notăm prin  $f^{(n)}(x)$ , derivata de ordinul  $n$  a funcției  $f$  în punctul  $x$ .

12. Cât este  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ ?

- a) 2;                      b) 5;                      c) 1;                      d) 0.

13. Ce se poate spune despre asimptota la graficul funcției  $f$  către  $-\infty$ ?

- a) Este dreapta  $y = x$ ;    b) Nu există;                      c) Este dreapta  $y = 1$ ;    d) Este dreapta  $y = 0$ .

14. Câte puncte de inflexiune are graficul funcției  $f$ ?

- a) 1;                      b) 0;                      c) 3;                      d) 2.

15. Mulțimea  $\{n \in \mathbb{N}^* \mid f^{(n)}(x) = e^x(x^2 + (2n + 1)x + n^2), (\forall) x \in \mathbb{R}\}$  este:

- a) Finită, având cel mult 2003 elemente;    b)  $\mathbb{N}^*$ ;  
c) Vidă;                      d) Finită, având cel puțin 2004 elemente.

16.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f'(0) + f''(0) + \dots + f^{(n)}(0)}{n^3}$  este:

- a) 1;                      b)  $\infty$ ;                      c) 0;                      d) 0, (3).

Se consideră polinomul  $f = X^3 - 5X + 1$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ . Pentru orice  $k \in \mathbb{N}^*$ , notăm cu  $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k$ , iar  $S_0 = 3$ . Fie  $a$  o rădăcină a polinomului  $f$ ,  $B = \{h(a) \mid h \in \mathbb{Q}[X], \text{grad}(h) < 3\}$  și  $A = \{g(a) \mid g \in \mathbb{Q}[X]\}$ .

17.  $f(-1)f(1)$  este:

- a) -15;                      b) -5;                      c) 15;                      d) -3.

18. Numărul de rădăcini raționale ale polinomului  $f$  este:

- a) 2;                      b) 3;                      c) 1;                      d) 0.

19. Numărul de rădăcini reale ale polinomului  $f$  este:

- a) 3;                      b) 0;                      c) 1;                      d) 2.

20. Suma  $x_1 + x_2 + x_3$  este:

- a) 3;                      b) 0;                      c) 1;                      d) 2.

21. Mulțimea  $\{k \in \mathbb{N} \mid S_{k+3} - 5S_{k+1} + S_k = 0\}$  este:

- a)  $\emptyset$ ;                      b)  $\mathbb{N}$ ;  
c) Finită, având cel mult 2003 elemente;    d) Finită, având cel puțin 2004 elemente.

22. Mulțimea  $\{n \in \mathbb{N} \mid S_n \in \mathbb{Z}\}$  este:

- a)  $\mathbb{N}$ ;                      b) Finită, având cel mult 2003 elemente;  
c) Finită, având cel puțin 2004 elemente;    d)  $\emptyset$ .

23. Mulțimea  $A - B$  este:

- a) Infinită;                      b) Finită, având cel mult 2003 elemente;  
c) Vidă;                      d) Finită, având cel puțin 2004 elemente.

24. Care dintre elementele următoare din mulțimea  $B$  este egal cu  $\frac{1}{a}$ ?

- a)  $a^2 - 5$ ;                      b)  $a^2 - 5a$ ;                      c)  $5 - a^2$ ;                      d)  $a$ .

25. Mulțimea  $(B, +, \cdot)$  formează o structură de:

(Prin "+" și "·" înțelegem adunarea și înmulțirea numerelor complexe)

- a) Nu formează nicio structură;                      b) Corp necomutativ;  
c) Corp comutativ;                                      d) Inel comutativ care nu este corp.

În sistemul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(-1, 0)$ ,  $D(0, -1)$  și  $O(0, 0)$ .

26. Segmentul  $AB$  are lungimea:

- a)  $\sqrt{3}$ ;                      b) 1;                      c)  $\sqrt{2}$ ;                      d) 2.

27. Suma  $OA + OB + OC + OD$  este:

- a) 1;                      b) 4;                      c) 2;                      d) 0.

28. Panta dreptei  $AB$  este:

- a) 0;                      b) -1;                      c) 1;                      d) -2.

29. Ecuația dreptei  $AC$  este:

- a)  $xy = 0$ ;                      b)  $x^2 = 1$ ;                      c)  $y = 0$ ;                      d)  $x^2 + y^2 = 1$ .

30. Aria patrulaterului  $ABCD$  este:

- a) 3;                      b) 4;                      c) 2;                      d) 1.



pentru absolvenții claselor a XII-a, promoția 2003

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

1. Suma  $\sin(-90^\circ) + \sin(-89^\circ) + \dots + \sin(-1^\circ) + \sin 0^\circ + \sin 1^\circ + \dots + \sin 89^\circ + \sin 90^\circ$  este:  
 a) 0;                      b) -1;                      c) 1;                      d) 0,5.
2. Produsul  $\cos 0^\circ \cdot \cos 1^\circ \cdot \dots \cdot \cos 179^\circ \cdot \cos 180^\circ$  este:  
 a) 0;                      b) -1;                      c) 0,5;                      d) 1.

Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \setminus \{-1, -2\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ .

3. Expresia  $f(x) - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$ ,  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, -2\}$  este:  
 a)  $2f(x)$ ;                      b)  $-\frac{2}{x+1}$ ;                      c) 0;                      d)  $\frac{2}{x+2}$ .
4. Numărul de asimptote verticale la graficul funcției  $f$  este:  
 a) 1;                      b) 0;                      c) 2;                      d) 3.
5. Aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele  $x = 0$  și  $x = 1$  este:  
 a) 1;                      b)  $\ln \frac{3}{4}$ ;                      c)  $\ln \frac{4}{3}$ ;                      d)  $\arctg 2$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 f(x)$  este:  
 a) 0,5;                      b) 1;                      c) 0;                      d)  $\infty$ .
7.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(0) + f(1) + \dots + f(n))$  este:  
 a) 0,5;                      b) 2;                      c) 1;                      d)  $\infty$ .

Se consideră mulțimea  $A = \{1, 2, \dots, 10, 11, 12\}$ .

8. Câte submulțimi cu două elemente are mulțimea  $A$ ?  
 a) 54;                      b) 57;                      c) 50;                      d) 55.
9. Câte submulțimi nevide ale mulțimii  $A$  au proprietatea că suma elementelor lor este egală cu 5?  
 a) 1;                      b) 3;                      c) 4;                      d) 2.
10. Care este probabilitatea ca alegând un element din mulțimea  $A$ , acesta să fie număr par?  
 a) 0, (45);                      b) 0,5;                      c) 0,4;                      d) 0, (5).

Se consideră funcțiile  $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_0(x) = xe^x$  și  $f_{n+1}(x) = f'_n(x)$ ,  $(\forall) n \in \mathbb{N}$ ,  $(\forall) x \in \mathbb{R}$ .

11.  $f_1(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  este:  
 a)  $e^x(x-1)$ ;                      b)  $e^x(x+1)$ ;                      c)  $xe^x$ ;                      d)  $e^x + x$ .
12. Ecuația  $f^{(n)}(x) = 0$  are soluția:  
 a)  $x = 1$ ;                      b)  $x = 2$ ;                      c)  $x = -2$ ;                      d)  $x = 0$ .
13.  $f_{2003}(0)$  este:  
 a)  $2003!$ ;                      b) 2002;                      c)  $-2003$ ;                      d) 2003.

14.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , este:

- a)  $\infty$ ;                      b) 1;                      c)  $\frac{n+1}{n}$ ;                      d) 0.

15. Asimptota orizontală la graficul funcției  $f_0$  către  $-\infty$  este:

- a)  $y = 0$ ;                      b)  $y = x + 1$ ;                      c)  $y = 1$ ;                      d)  $y = x$ .

Pe  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție ” $\circ$ ” prin  $x \circ y = xy - 2x - 2y + 6$ .

16. Elementul  $x \circ y$  mai poate fi scris ( $\forall$ )  $x, y \in \mathbb{R}$ :

- a)  $(x-2)(y+2)-2$ ;    b)  $(x-2)(y-2)+2$ ;    c)  $(x+2)(y-2)+2$ ;    d)  $(x+2)(y+2)-2$ .

17. Egalitatea  $x \circ (y \circ z) = x \circ (y \circ z)$  are loc:

- a) Numai când  $y = z$ ;                      b) Oricare ar fi numerele reale  $x, y, z$ ;  
c) Numai când  $x = y = z$ ;                      d) Numai când  $x = y$ .

18. Elementul neutru al legii ” $\circ$ ” este:

- a) 1;                      b) 2;                      c) 3;                      d) 0.

19. Ecuația  $2^x \circ 4^x = 2$  are suma soluțiilor egală cu:

- a) 1;                      b) 3;                      c) 1, 5;                      d) 2.

20. Mulțimea  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \circ 2 = 2\}$  este:

- a)  $\mathbb{R}$ ;                      b) Finită, având cel puțin 2 elemente;  
c) Formată dintr-un element.;                      d)  $\emptyset$ .

21. Elementul  $(-2003) \circ (-2002) \circ \dots \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 2002 \circ 2003$  este:

- a) -1;                      b) 2;                      c) 0;                      d) 1.

Se consideră polinoamele  $f = X^2 - 3X + 2$ ,  $g = X^n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  și matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

22. Rădăcinile polinomului  $f$  sunt:

- a)  $x_1 = 1, x_2 = 2$ ;    b)  $x_1 = -1, x_2 = 2$ ;    c)  $x_1 = -1, x_2 = -2$ ;    d)  $x_1 = 1, x_2 = -2$ .

23. Matricea  $A^2$  este:

- a)  $2A$ ;                      b)  $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;                      c)  $A + I_2$ ;                      d)  $A - I_2$ .

24.  $f(A) = A^2 - 3A + 2I_2$  este:

- a)  $A$ ;                      b)  $A + I_2$ ;                      c)  $O_2$ ;                      d)  $I_2$ .

25. Restul împărțirii polinomului  $g$  la polinomul  $f$  este:

- a)  $(2^n + 1)X + 2 + 2^n$ ;    b)  $(2^n + 1)X + 2 - 2^n$ ;    c)  $(2^n - 1)X + 2 + 2^n$ ;    d)  $(2^n - 1)X + 2 - 2^n$ .

26. Egalitatea  $A^n = \begin{pmatrix} 2^n & 2^n - 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , este adevărată:

- a) ( $\forall$ )  $n \in \mathbb{N}^*$ ;  
b) Pentru un număr finit de valori ale lui  $n \in \mathbb{N}^*$ , mai mare decât 2;  
c) Pentru nicio valoare a lui  $n \in \mathbb{N}^*$ ;  
d) Pentru exact o valoare a lui  $n \in \mathbb{N}^*$ .

În sistemul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $A(-1, \sqrt{3})$ ,  $B(-1, -\sqrt{3})$ ,  $C(2, 0)$ .

27. Perimetrul triunghiului  $ABC$  este:

- a) 6;                      b)  $3\sqrt{3}$ ;                      c)  $6\sqrt{3}$ ;                      d)  $2\sqrt{3}$ .

- 28.** Aria triunghiului  $ABC$  este:  
a) 4;                      b) 3;                      c)  $3\sqrt{3}$ ;                      d) 9.
- 29.** Raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$  este:  
a)  $\sqrt{3}$ ;                      b) 2;                      c)  $\sqrt{2}$ ;                      d) 1.
- 30.** Măsura unghiului  $A$  din triunghiul  $ABC$  este:  
a)  $45^\circ$ ;                      b)  $60^\circ$ ;                      c)  $30^\circ$ ;                      d)  $90^\circ$ .

Profil pedagogic. Pentru absolvenții claselor a XIII-a (zi, seral și frecvență redusă) promoția 2003 și promoțiile anterioare

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

Se consideră polinomul  $f = X^3 - 5X + 1$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ . Pentru orice  $k \in \mathbb{N}^*$ , notăm cu  $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k$ , iar  $S_0 = 3$ .

1.  $f(-1)f(1)$  este:
  - a) -5;                      b) -15;                      c) 15;                      d) -3.
2. Numărul de rădăcini raționale ale polinomului  $f$  este:
  - a) 2;                      b) 1;                      c) 3;                      d) 0.
3. Numărul de rădăcini reale ale polinomului  $f$  este:
  - a) 0;                      b) 3;                      c) 2;                      d) 1.
4. Suma  $x_1 + x_2 + x_3$  este:
  - a) 3;                      b) 2;                      c) 0;                      d) 1.
5. Mulțimea  $\{k \in \mathbb{N} \mid S_{k+3} - 4S_{k+1} + S_k = 0\}$  este:
  - a)  $\emptyset$ ;                      b)  $\mathbb{N}$ ;
  - c) Finită, având cel puțin 2004 elemente;                      d) Finită, având cel mult 2003 elemente.
6. Mulțimea  $\{n \in \mathbb{N} \mid S_n \in \mathbb{Z}\}$  este:
  - a) Finită, având cel puțin 2004 elemente;                      b)  $\mathbb{N}$ ;
  - c)  $\emptyset$ ;                      d) Finită, având cel mult 2003 elemente.

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

7. Determinantul matricei  $A$  este:
  - a) 2;                      b) 3;                      c) 1;                      d) -1.
8. Suma elementelor matricei  $A^3$  este:
  - a) 1;                      b) 0;                      c) 2;                      d) -2.
9. Cel mai mic număr natural nenul  $n$ , pentru care  $A^n = I_2$  este:
  - a) 4;                      b) 6;                      c) 5;                      d) 3.
10. Matricea  $I_2 + A + A^2 + \dots + A^5$  este:
  - a)  $-I_2$ ;                      b)  $A$ ;                      c)  $I_2$ ;                      d)  $O_2$ .
11. Determinantul matricei  $A + A^2 + \dots + A^{2003}$  este:
  - a) -1;                      b) 1;                      c) 0;                      d) 2003.

Pe  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție "o" prin  $x \circ y = xy + x + y$ .

12. Elementul  $x \circ y$  mai poate fi scris ( $\forall$ )  $x, y \in \mathbb{R}$ :
  - a)  $(x+1)(y+1)-1$ ;                      b)  $(x-1)(y-1)+1$ ;                      c)  $(x-1)(y-1)-1$ ;                      d)  $(x+1)(y+1)+1$ .

13. Egalitatea  $x \circ (y \circ z) = x \circ (y \circ z)$  are loc:
- a) Numai dacă  $x + y + z = 0$ ;                      b) Numai dacă  $x = y = z$ ;  
c) Oricare ar fi numerele reale  $x, y, z$ ;              d) Numai dacă  $x = y$ .
14. Mulțimea  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \circ (-1) = -1\}$  este:
- a)  $\{-1\}$ ;    b) Finită, având cel puțin 2 elemente;  
c)  $\mathbb{R}$ ;    d)  $\emptyset$ .
15. Expresia  $(-2003) \circ (-2002) \circ \dots \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 2002 \circ 2003$  este:
- a)  $2003!$ ;                      b) 1;                      c)  $-1$ ;                      d) 0.

Într-o lună, ziua de joi a fost de trei ori în zilele cu număr par.

16. Câte zile de joi a avut luna respectivă?
- a) 4;                      b) 5;                      c) 7;                      d) 6.
17. În ce dată a fost prima zi de joi a lunii respective?
- a) 1;                      b) 3;                      c) 2;                      d) 4.
18. Ce zi a fost în data de 15 a lunii respective?
- a) Marți;                      b) Vineri;                      c) Miercuri;                      d) Joi.

Într-un plan se consideră pentagonul convex  $ABCDE$ .

19. Câte drepte au două puncte comune cu mulțimea  $\{A, B, C, D, E\}$ ?
- a) 25;                      b) 15;                      c) 20;                      d) 10.
20. Câte triunghiuri au toate vârfurile în mulțimea  $\{A, B, C, D, E\}$ ?
- a) 20;                      b) 15;                      c) 10;                      d) 25.
21. Câte diagonale are pentagonul convex  $ABCDE$ ?
- a) 10;                      b) 15;                      c) 20;                      d) 5.
22. Care este suma măsurilor unghiurilor pentagonului convex  $ABCDE$ ?
- a)  $900^\circ$ ;                      b)  $540^\circ$ ;                      c)  $450^\circ$ ;                      d)  $720^\circ$ .
23. Care este numărul maxim de unghiuri ascuțite pe care îl poate avea un poligon convex cu 10 laturi?
- a) 4;                      b) 3;                      c) 2;                      d) 5.

Se consideră mulțimea  $A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ .

24. Media aritmetică a elementelor mulțimii  $A$  este:
- a) 7;                      b) 5;                      c) 9;                      d) 6.
25. Numărul de submulțimi cu șase elemente ale mulțimii  $A$  este:
- a) 84;                      b) 72;                      c) 76;                      d) 81.
26. Numărul total de submulțimi ale mulțimii  $A$  este:
- a)  $9^9$ ;                      b)  $9!$ ;                      c)  $3^9$ ;                      d)  $2^9$ .
27. Numărul de progresii aritmetice de trei elemente cu rația strict pozitivă care se pot forma cu elementele mulțimii  $A$  este:
- a) 12;                      b) 16;                      c) 10;                      d) 14.

Se consideră numărul  $a = 2^{2003}$ .

28. Câte cifre are numărul  $a$  scris în baza 2?
- a) 2004;                      b) 2003;                      c) 2001;                      d) 2002.

- 29.** Care este numărul de cifre "0" folosite pentru scrierea în baza 2 a numărului  $a$ ?
- a) 2000;            b) 1;            c) 2003;            d) 1000.
- 30.** Care este suma cifrelor numărului  $a$ , scris în baza 2?  
(Suma se calculează în baza 10)
- a) 1000;            b) 2003;            c) 2;            d) 1.

### Proba d

Clase de: economie, fizică-chimie, chimie-biologie, militar (real), industrial, agricol, silvic, sportiv (real) pentru absolvenții claselor a XIII-a (zi, seral și frecvență redusă), promoția 2003 și promoțiile anterioare

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

Pe  $\mathbb{R}$  se consideră legea de compoziție "o" definită prin  $x \circ y = x + y + 1$ . Se știe că legea "o" este asociativă.

1. Elementul neutru al legii "o" este:  
a)  $-1$ ;                      b)  $-2$ ;                      c)  $0$ ;                      d)  $1$ .
2. Simetricul elementului  $x \in \mathbb{R}$ , față de legea "o" este:  
a)  $-2 - x$ ;                      b)  $-x + 1$ ;                      c)  $-x$ ;                      d)  $-x - 1$ .
3. Elementul  $(-10) \circ (-9) \circ \dots \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 9 \circ 10$  este:  
a)  $19$ ;                      b)  $20$ ;                      c)  $21$ ;                      d)  $22$
4. Numărul de soluții reale ale ecuației  $4^x \circ 2^x = 21$  este:  
a)  $2$ ;                      b)  $0$ ;                      c)  $1$ ;                      d)  $3$ .

În sistemul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $A(3, 4)$ ,  $B(-4, 3)$ ,  $C(0, -5)$  și  $O(0, 0)$ .

5. Suma  $OA + OB + OC$  este:  
a)  $12$ ;                      b)  $15$ ;                      c)  $11$ ;                      d)  $10$ .
6. Câte drepte au câte două puncte în mulțimea  $\{A, B, C, D, O\}$ ?  
a)  $5$ ;                      b)  $8$ ;                      c)  $6$ ;                      d)  $4$ .
7. Ecuația dreptei  $AB$  este:  
a)  $x^2 + y^2 = 25$ ;                      b)  $(xy)^2 = 12^2$ ;                      c)  $7x = y + 25$ ;                      d)  $7y = x + 25$ .
8. Panta dreptei  $AC$  este:  
a)  $\frac{1}{3}$ ;                      b)  $9$ ;                      c)  $\frac{1}{9}$ ;                      d)  $3$ .
9. Câte triunghiuri au toate vârfurile în mulțimea  $\{A, B, C, O\}$ ?  
a)  $5$ ;                      b)  $4$ ;                      c)  $6$ ;                      d)  $3$ .

Se consideră funcțiile  $I_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $I_0(x) = 1$  și  $I_{n+1}(x) = \int_0^x I_n(t) dt$ ,  $(\forall) n \in \mathbb{N}$ ,  $(\forall) x \in \mathbb{R}$ .

10. Suma  $I_0(1) + I_0(2) + \dots + I_0(2003)$  este:  
a)  $2002$ ;                      b)  $2004$ ;                      c)  $0$ ;                      d)  $2003$ .
11.  $I_1(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  este:  
a)  $x$ ;                      b)  $0$ ;                      c)  $\frac{x}{2}$ ;                      d)  $1$ .
12.  $I_{10}(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  este:  
a)  $\frac{x^{10}}{10!}$ ;                      b)  $10!x^{10}$ ;                      c)  $10x$ ;                      d)  $x^{10}$ .
13.  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  este:  
a)  $0$ ;                      b)  $\infty$ ;                      c)  $-\infty$ ;                      d)  $e$ .

14.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{I_0(1) + I_1(1) + \dots + I_n(1)}{n}$  este:  
 a) 0;                      b)  $e$ ;                      c)  $\infty$ ;                      d) 1.

Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ .

15. Egalitatea  $f(x) = (x^2 - 5x + 5)^2 - 1$  are loc pentru:  
 a) Numai pentru  $x = 0$ ;                      b) Numai pentru  $x \leq 0$ ;  
 c)  $(\forall) x \in \mathbb{R}$ ;                      d) Numai pentru  $x \geq 0$ .
16. Ecuația  $f(x) = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$  are suma soluțiilor:  
 a)  $-10$ ;                      b) 0;                      c) 10;                      d) 4.
17. Ecuația  $f'(x) = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$  are numărul soluțiilor:  
 a) 0;                      b) 3;                      c) 2;                      d) 1.
18. Numărul punctelor de extrem local ale funcției  $f$  este:  
 a) 1;                      b) 4;                      c) 2;                      d) 3.
19. Numărul punctelor de inflexiune ale graficului funcției  $f$  este:  
 a) 2;                      b) 1;                      c) 4;                      d) 3.
20.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf'(x)}{f(x)}$  este:  
 a) 4;                      b)  $\infty$ ;                      c) 1;                      d) 0.

Se consideră polinomul  $f = X^4 - 5X^2 + 1$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ .

21. Suma  $f(-1) + f(1)$  este:  
 a) 6;                      b) 0;                      c)  $-3$ ;                      d)  $-6$ .
22. Câte rădăcini raționale are polinomul  $f$ ?  
 a) 1;                      b) 0;                      c) 2;                      d) 3.
23. Cum sunt rădăcinile ecuației  $x^2 - 5x + 1 = 0$ ?  
 a) Reale și pozitive;                      b) Reale, una pozitivă și una negativă;  
 c) Reale și negative;                      d) Complexe nereale.
24. Câte rădăcini reale are polinomul  $f$ ?  
 a) 3;                      b) 4;                      c) 2;                      d) 0.
25. Suma  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$  este:  
 a) 0;                      b) 5;                      c)  $-5$ ;                      d) 1.
26. Produsul  $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$  este:  
 a) 0;                      b) 1;                      c)  $-5$ ;                      d) 5.

În mulțimea  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$  se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  și  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

27. Matricea  $A^2$  este:  
 a)  $O_2$ ;                      b)  $A$ ;                      c)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;                      d)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
28. Determinantul matricei  $A$  este:  
 a) 1;                      b) 10;                      c) 0;                      d)  $-1$ .
29. Ecuația  $Z^2 = O_2$  are în  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ :  
 a) Un număr finit de soluții, strict mai mare decât 1;  
 b) O infinitate de soluții;  
 c) Nicio soluție;  
 d) Exact o soluție.



**30.** Ecuația  $Y^2 = A$  are în  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ :

- a) O infinitate de soluții;
- b) Exact o soluție;
- c) Nicio soluție;
- d) Un număr finit de soluții, strict mai mare decât 1.

pentru absolvenții claselor a XII-a, promoția 2003

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

1. Determinantul matricei  $A$  este:  
 a) 3;                      b)  $-1$ ;                      c) 2;                      d) 1.
2. Suma elementelor matricei  $A^3$  este:  
 a) 1;                      b)  $-2$ ;                      c) 0;                      d) 2.
3. Cel mai mic număr natural nenul  $n$ , pentru care  $A^n = I_2$  este:  
 a) 6;                      b) 4;                      c) 5;                      d) 3
4. Matricea  $I_2 + A + A^2 + \dots + A^5$  este:  
 a)  $-I_2$ ;                      b)  $O_2$ ;                      c)  $A$ ;                      d)  $I_2$ .
5. Determinantul matricei  $A + A^2 + \dots + A^{2003}$  este:  
 a)  $-1$ ;                      b) 0;                      c) 2003;                      d) 1.

Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x + e^{-x}$ .

6.  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , este:  
 a)  $-e^x + e^{-x}$ ;                      b)  $-e^x - e^{-x}$ ;                      c)  $e^x + e^{-x}$ ;                      d)  $e^x - e^{-x}$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$  este:  
 a)  $-e + e^{-1}$ ;                      b)  $e + e^{-1}$ ;                      c)  $e - e^{-1}$ ;                      d)  $-e - e^{-1}$ .
8.  $\int_0^1 f(x) dx$  este:  
 a)  $-e - e^{-1}$ ;                      b)  $e - e^{-1}$ ;                      c)  $-e + e^{-1}$ ;                      d)  $e + e^{-1}$ .
9.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x f(t) dt}{f'(x)}$  este:  
 a) 0;                      b)  $-\infty$ ;                      c) 1;                      d)  $\infty$ .
10. Mulțimea  $\{x \in \mathbb{R} \mid f'(x) > 0\}$  este:  
 a)  $(0, \infty)$ ;                      b)  $(-1, \infty)$ ;                      c)  $(-\infty, 0)$ ;                      d)  $(-\infty, 1)$ .
11. Mulțimea  $\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) + f(27x) > f(5x) + f(1985x)\}$  este:  
 a)  $(-\infty, 0)$ ;                      b)  $\mathbb{R}$ ;                      c)  $(0, \infty)$ ;                      d)  $\emptyset$ .

Se consideră mulțimea  $A = \{1, 2, \dots, 9\}$ .

12. Câte submulțimi are mulțimea  $A$ ?  
 a) 510;                      b) 512;                      c) 500;                      d) 525.

13. Câte submulțimi cu două elemente are mulțimea  $A$ ?  
 a) 40;                      b) 80;                      c) 36;                      d) 50.
14. Care este probabilitatea ca alegând un elemente al mulțimii  $A$ , acesta să fie număr par?  
 a) 0, 4;                      b) 0, (5);                      c) 0, 5;                      d) 0, (4).
15. În câte submulțimi ale mulțimii  $A$  se află simultan elementele 1 și 2?  
 a) 256;                      b) 100;                      c) 128;                      d) 130.
16. Care este media aritmetică a elementelor mulțimii  $A$ ?  
 a) 6;                      b) 10;                      c) 4;                      d) 5.

Se consideră funcțiile  $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_0(x) = x^{100} + x^{99} + \dots + x + 1$  și  $f_{n+1}(x) = f'_n(x)$ ,  $(\forall) x \in \mathbb{R}$  și  $(\forall) n \in \mathbb{N}$ .

17.  $f_0(1)$  este:  
 a) 100;                      b) 101;                      c) 99;                      d) 102.
18.  $f_1(0)$  este:  
 a) 100;                      b) 1;                      c) 0;                      d) 99.
19.  $\int_0^1 f_{2003}(x) dx$  este:  
 a) 2003!;                      b) 0;                      c) 2002!;                      d) 1.
20.  $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(n)$  este:  
 a)  $\infty$ ;                      b) 0;                      c)  $n$ ;                      d)  $e$ .
21.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_0(0) + f_1(0) + \dots + f_n(0)}{n}$  este:  
 a) 0;                      b)  $\infty$ ;                      c)  $e$ ;                      d) 0, 5.

Se consideră funcția  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(x) = 2x - 1$ ,  $(\forall) x \in \mathbb{Z}$ .

22. Suma  $f(1) + f(2) + \dots + f(2003)$  este:  
 a)  $2003^2$ ;                      b)  $2003 \cdot 1002$ ;                      c)  $2003 \cdot 2004$ ;                      d)  $2003!$ .
23. Mulțimea  $\mathbb{Z} - \{f(x) \mid x \in \mathbb{Z}\}$  este:  
 a) Infinită;                      b) Vidă;  
 c) Finită, având cel puțin 2004 elemente;                      d) Finită, având cel mult 2003 elemente.
24. Mulțimea  $\{h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \mid (h \circ f)(x) = x, (\forall) x \in \mathbb{Z}\}$  este:  
 a) Finită, având cel puțin 2004 elemente;                      b) Infinită;  
 c) Vidă;                      d) Finită, având cel mult 2003 elemente.
25. Mulțimea  $\{g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \mid (f \circ g)(x) = x, (\forall) x \in \mathbb{Z}\}$  este:  
 a) Finită, având cel puțin 2004 elemente;                      b) Finită, având cel mult 2003 elemente;  
 c) Vidă;                      d) Infinită.

În sistemul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $A_n(n, n^2)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

26. Panta dreptei  $A_0A_1$  este:  
 a) -1;                      b) 1;                      c) 2;                      d) -2.
27. Ecuația dreptei  $A_0A_1$  este:  
 a)  $y = x$ ;                      b)  $x^2 + y = 0$ ;                      c)  $x + y = 0$ ;                      d)  $y = x^2$ .
28. Aria triunghiului  $A_0A_1A_2$  este:  
 a) 4;                      b) 2;                      c) 3;                      d) 1.

- 29.** Numărul de elemente ale mulțimii  $\{n \in \mathbb{N} \mid A_n \in A_0 A_1\}$  este:
- a) Cuprins între 3 și 10;
  - b) Finit, dar strict mai mare decât 10;
  - c) 2;
  - d) Infinit.
- 30.** Câte triunghiuri au toate vârfurile în mulțimea  $\{A_0, A_1, A_2, A_3\}$ ?
- a) 2;
  - b) 4;
  - c) 5;
  - d) 3.

## Proba f

Profil umanist. Pentru absolvenții claselor a XIII-a (zi, seral și frecvență redusă), promoția 2003 și promoțiile anterioare

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

Se consideră funcțiile  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$  și  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x^2 - 5x + 5$ .

1. Egalitatea  $f(x) = (g(x))^2 - 1$  este adevărată:  
a) Numai pentru  $x < 0$ ;                      b) Numai pentru  $x > 0$ ;  
c)  $(\forall) x \in \mathbb{R}$ ;                                d) Numai pentru  $x = 0$ .
2. Numărul de soluții reale ale ecuației  $g(x) = 0$  este:  
a) 1;    b) 0;    c) 3;    d) 2.
3. Valoarea minimă pe  $\mathbb{R}$  a funcției  $f$  este:  
a) 0;    b)  $-1$ ;    c) 2;    d) 1
4. Numărul de puncte de minim ale funcției  $f$  este:  
a) 3;    b) 1;    c) 4;    d) 2.
5. Numărul de puncte de inflexiune ale graficului funcției  $f$  este:  
a) 1;    b) 3;    c) 0;    d) 2.

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

6. Determinantul matricei  $B$  este:  
a) 1;    b)  $-6$ ;    c)  $-1$ ;    d) 5.
7. Matricea  $A^2$  este:  
a)  $A + I_2$ ;                                      b)  $B$ ;    c)  $A$ ;    d)  $I_2$ .
8. Matricea  $A^{2003}$  este:  
a)  $B$ ;    b)  $I_2$ ;    c)  $A + I_2$ ;                                      d)  $A$ .
9. Matricea  $A + A^2 + \dots + A^{2004}$  este:  
a)  $1002(A + I_2)$ ;                          b)  $A$ ;    c)  $2004(A + I_2)$ ;                          d)  $I_2$ .
10. Mulțimea  $\{n \in \mathbb{N}^* \mid (BA)^n \neq I_2\}$  este:  
a) Finită, având cel puțin 11 elemente;                      b) Infinită, dar diferită de  $\mathbb{N}^*$ ;  
c) Finită, având între 1 și 10 elemente;                      d)  $\mathbb{N}^*$ .

Se consideră funcția  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ .

11. Expresia  $f(x) - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$ ,  $x \in [0, \infty)$ , este:  
a)  $\frac{2}{x+2}$ ;                                      b) 0;    c)  $-8$ ;    d) 4.
12. Asimptotă către  $+\infty$ , la graficul funcției  $f$  este:  
a)  $y = 0$ ;                                      b)  $y = 1$ ;                                      c)  $y = x$ ;                                      d)  $y = -2$ .

13.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$  este:  
 a) 1;                      b)  $-0,25$ ;                      c)  $-0,13(8)$ ;                      d) 0.
14.  $\int_0^1 f(x) dx$  este:  
 a)  $-2 - \ln 3$ ;                      b)  $-2 + \ln 3$ ;                      c)  $2 + \ln 3$ ;                      d)  $\ln 4 - \ln 3$ .
15.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 f(x)$  este:  
 a) 1;                      b)  $\infty$ ;                      c) 0;                      d) 0,5.

Se consideră polinoamele  $f = X^2 - X + 1$  cu rădăcinile  $x_1, x_2 \in \mathbb{C}$  și  $g = X^3 + 1$ .

16. Restul împărțirii polinomului  $g$  la polinomul  $f$  este:  
 a)  $X$ ;                      b)  $X + 1$ ;                      c) 0;                      d) 1.
17. Expresia  $x_1^3 - x_2^3$  este:  
 a) 0;                      b) 1;                      c)  $-1$ ;                      d)  $i$ .
18. Suma  $x_1 + x_2 + x_1 x_2$  este:  
 a)  $-1$ ;                      b) 0;                      c)  $-2$ ;                      d) 2.
19. Suma  $x_1^{2004} + x_2^{2004}$  este:  
 a)  $-1$ ;                      b) 2;                      c)  $-2$ ;                      d) 0.
20. Suma  $1 + x_1 + x_1^2 + x_1^3 + \dots + x_1^{2004}$  este:  
 a)  $i$ ;                      b) 1;                      c) 0;                      d)  $-1$ .

Pe mulțimea numerelor complexe se consideră legea de compoziție " $\circ$ ", definită prin  $x \circ y = xy - ix - iy - 1 + i$ .

21. Elementul  $x \circ y$  mai poate fi scris ( $\forall x, y, z \in \mathbb{C}$ ):  
 a)  $(x+i)(y+i)+i$ ;                      b)  $(x-i)(y-i)+i$ ;                      c)  $(x+i)(y+i)-i$ ;                      d)  $(x-i)(y-i)-i$ .
22. Egalitatea  $x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z$  este adevărată:  
 a) Numai dacă  $x = i$ ;                      b) Numai dacă  $x = y$ ;  
 c) Pentru orice  $x, y, z \in \mathbb{C}$ ;                      d) Numai dacă  $x = y = z$ .
23. Mulțimea  $\{x \in \mathbb{C} \mid x \circ i = i\}$  este:  
 a) Formată dintr-un element;                      b) Finită, având cel puțin 2 elemente;  
 c)  $\mathbb{C}$ ;                      d) Infinită, dar diferită de  $\mathbb{C}$ .
24. Expresia  $(-100i) \circ (-99i) \circ \dots \circ (-i) \circ 0 \circ i \circ (2i) \circ \dots \circ (99i) \circ (100i)$  este:  
 a) 0;                      b) 1;                      c)  $i$ ;                      d)  $-i$ .
25. Ecuația  $x \circ x \circ x \circ x = 1 + i$  are în  $\mathbb{C}$ :  
 a) 4 soluții;                      b) 2 soluții;                      c) 3 soluții;                      d) o soluție.
26. Produsul  $\hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \dots \cdot \hat{8}$  în  $\mathbb{Z}_9$  este:  
 a)  $\hat{4}$ ;                      b)  $\hat{6}$ ;                      c)  $\hat{2}$ ;                      d)  $\hat{0}$ .
27. În  $\mathbb{Z}_6$  ecuația  $\hat{x}^3 = \hat{x}$  are:  
 a) 3 soluții;                      b) 4 soluții;                      c) 6 soluții;                      d) 2 soluții.
28. Cel mai mic număr natural  $n$  pentru care  $2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n > 2003$  este:  
 a) 10;                      b) 11;                      c) 9;                      d) 12.
29. Suma  $\hat{1} + \hat{2} + \dots + \hat{8}$  în  $\mathbb{Z}_9$  este:  
 a)  $\hat{0}$ ;                      b)  $\hat{5}$ ;                      c)  $\hat{8}$ ;                      d)  $\hat{6}$ .
30. În  $\mathbb{Z}_9$  ecuația  $\hat{6}\hat{x} = \hat{0}$  are:  
 a) 3 soluții;                      b) o soluție;                      c) 2 soluții;                      d) 4 soluții.

Pentru absolvenții claselor a XII-a, promoția 2003

- ◇ **Toți itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ◇ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ◇ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ◇ **Pentru fiecare item, completați pe foaia de examen, răspunsul pe care-l considerați corect, cu simbolul  $\circ$ , iar răspunsurile considerate greșite cu simbolul  $\times$ .**

Se consideră mulțimea  $A = \{1, 2, \dots, 7, 8\}$ .

1. Care este media aritmetică a elementelor mulțimii  $A$ ?  
 a) 4,5;                      b) 3;                      c) 4;                      d) 5.
2. Câte submulțimi cu două elemente are mulțimea  $A$ ?  
 a) 28;                      b) 64;                      c) 20;                      d) 56.
3. Care este media geometrică a elementelor divizibile cu 3 din mulțimea  $A$ ?  
 a)  $\sqrt{18}$ ;                      b)  $\sqrt{24}$ ;                      c)  $\sqrt{12}$ ;                      d) 3
4. Câte submulțimi cu număr impar de elemente are mulțimea  $A$ ?  
 a) 128;                      b) 100;                      c) 64;                      d) 36.
5. Câte perechi  $(a, b) \in A \times A$  verifică relația  $a + b = 9$ ?  
 a) 9;                      b) 10;                      c) 8;                      d) 6.
6. Câte submulțimi ale mulțimii  $A$  au suma elementelor egală cu 5?  
 a) 5;                      b) 2;                      c) 3;                      d) 4.

Se consideră numărul  $\frac{1}{21} = 0, a_1 a_2 a_3 \dots a_n \dots$

7. Suma  $a_1 + a_2$  este:  
 a) 5;                      b) 9;                      c) 3;                      d) 4.
8. Produsul  $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{2003}$  este:  
 a) 0;                      b)  $13^{2003}$ ;                      c)  $2003!$ ;                      d)  $7^{2003}$ .
9. Cifra  $a_{2003}$  este:  
 a) 6;                      b) 1;                      c) 9;                      d) 7.
10. De câte ori apare cifra 4 în primele 2003 zecimale ale numărului  $\frac{1}{21}$ ?  
 a) 334;                      b) 665;                      c) 333;                      d) 332.
11. Care este cel mai mic număr natural  $n$ , cu proprietatea că  $2^n > 2003$ ?  
 a) 9;                      b) 10;                      c) 1;                      d) 12.
12. Care este cel mai mic număr natural nenul  $n$  pentru care  $n! > 1000$ ?  
 a) 9;                      b) 6;                      c) 8;                      d) 7.
13. Câte numere de 5 cifre se pot forma utilizând cifrele 4 și 9?  
 a) 25;                      b) 32;                      c) 64;                      d) 10.

Se consideră în plan o mulțime  $M$  formată din 5 puncte cu proprietatea că oricare trei dintre ele sunt necoliniare.

14. Numărul dreptelor care trec prin câte 2 puncte din mulțimea  $M$  este:  
 a) 10;                      b) 25;                      c) 20;                      d) 15.

15. Câte triunghiuri pot avea toate vârfurile în mulțimea  $M$ ?  
 a) 10;                      b) 25;                      c) 15;                      d) 20.
16. Numărul maxim de unghiuri ascuțite pe care îl poate avea un poligon convex cu 5 laturi este:  
 a) 5;                      b) 2;                      c) 3;                      d) 4.
- Un triunghi  $ABC$  dreptunghic are catetele cu lungimile de 12 și 16.
17. Cât este lungimea ipotenuzei?  
 a) 18;                      b) 22;                      c) 20;                      d) 19.
18. Care este aria triunghiului?  
 a) 96;                      b) 48;                      c) 100;                      d) 192.
19. Care este lungimea ipotenuzei care cade pe ipotenuză?  
 a) 10;                      b) 9, 6;                      c) 12, 4;                      d) 15.
20. Care este perimetrul triunghiului cu vârfurile în mijloacele laturilor triunghiului  $ABC$ ?  
 a) 28;                      b) 30;                      c) 24;                      d) 20.
21. Care este aria triunghiului cu vârfurile în mijloacele laturilor triunghiului  $ABC$ ?  
 a) 48;                      b) 12;                      c) 10;                      d) 24.
- Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 5x + 6$ . Notăm cu  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  soluțiile ecuației  $f(x) = 0$ .
22. Numărul  $f(0)$  este:  
 a) 1;                      b)  $-1$ ;                      c) 6;                      d) 0.
23. Suma  $x_1 + x_2$  este:  
 a) 6;                      b) 5;                      c)  $-5$ ;                      d)  $-6$ .
24. Produsul  $x_1 x_2$  este:  
 a)  $-6$ ;                      b) 6;                      c)  $-5$ ;                      d) 5.
25. Mulțimea  $x \in \mathbb{R} \mid f(x) < 0$  este:  
 a)  $(0, 2)$ ;                      b)  $(2, 3)$ ;                      c)  $(1, 3)$ ;                      d)  $(-\infty, 0)$ .
26. Produsul  $f(0) \cdot f(1) \cdot \dots \cdot f(2003)$  este:  
 a) 0;                      b)  $2002!$ ;                      c)  $2003!$ ;                      d)  $2004!$ .
27. Suma soluțiilor ecuației  $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$  este:  
 a) 1;                      b) 0;                      c) 3;                      d) 4.
28. O marfă costă 200 euro și și-a mărit prețul cu 20%. Câți euro costă acum marfa?  
 a) 180;                      b) 160;                      c) 240;                      d) 220.
29. Dacă mulțimea  $A$  are 8 elemente, mulțimea  $B$  are 7 elemente iar mulțimea  $A \cap B$  are 3 elemente, câte elemente are mulțimea  $A \cup B$ ?  
 a) 12;                      b) 15;                      c) 13;                      d) 11.
30. Numărul soluțiilor ecuației  $2^x = -2$  este:  
 a) 3;                      b) 0;                      c) 2;                      d) 1.