BACALAUREAT 2011
SESIUNEA SPECIALĂ
M1

Proba E c)

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

SUBIECTUL I

1. Calculați modulul numărului complex $z = (3 + 4i)(5 - 12i)$.

2. Punctul $V(2, 3)$ este vârful parabolei asociate funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + ax + b$. Calculați $f(3)$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $|\sqrt{x} - 1| = 2$.

4. Determinați numerele naturale n, $n \geq 2$, pentru care $C_n^2 \leq 4 \cdot A_n^1$.

5. Fie $G(1, 0)$ centrul de greutate al triunghiului ABC, unde $A(2, 5)$ și $B(-1, -3)$. Determinați cordonatele punctului C.

6. Calculați raza cercului înscris în triunghiul ABC știind că $AB = AC = 5$ și $BC = 8$.

SUBIECTUL II

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ a & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, unde $a \in \mathbb{Z}$.

a) Calculați $\det A$.

b) Arătați că rang $A = 3$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$.

c) Determinați valorile întregi ale lui a știind că matricea A^{-1} are toate elementele numere întregi.

2. Se consideră numerele reale a, b, c și polinomul $f = X^4 + aX^3 + bX^2 + cX + 36 \in \mathbb{R}[X]$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, $x_4 \in \mathbb{C}$.

a) Calculați $a + b + c$ în cazul în care restul împărțirii lui f la $X - 1$ este 40.

b) Determinați $c \in \mathbb{R}$ astfel încât $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} = \frac{1}{3}$.

c) Arătați că dacă $a = 6$ și $b = 18$, atunci polinomul f nu are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 - 4 \ln x$.

a) Arătați că funcția f este strict descrescătoare pe $(0, 1]$.

b) Determinați asimptotele verticale ale graficului funcției f.

c) Demonstrați că, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, există un unic număr $x_n \in (0, 1]$ pentru care $f(x_n) = n$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x$.

a) Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției f, axa Ox și de dreptele de ecuații $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$.

b) Calculați $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} \int_0^x f(t)\, dt$.

c) Demonstrați că șirul $(I_n)_{n \geq 1}$, $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f^n(x)\, dx$ este convergent.

M2

Proba E c)

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

SUBIECTUL I

1. Comparați numerele $a = \log_2 4$ și $b = \sqrt[3]{27}$.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $3x^2 - 11x + 6 \leq 0$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x^2+x+1} = 3^{5x-2}$.

4. Determinați $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, pentru care $C_n^1 + C_n^2 = 15$.

5. Determinați numerele reale m pentru care punctul $A(2m-1, m^2)$ se află pe dreapta $d: \ x - y + 1 = 0$.

6. Calculați $\cos x$, știind că $0° < x < 90°$ și $\sin x = \dfrac{12}{13}$.

SUBIECTUL II

1. Se consideră mulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \,\middle|\, a, b \in \mathbb{N} \right\}$.

a) Determinați numerele naturale m și n pentru care matricea $\begin{pmatrix} 4 & m^2 \\ 9 & n^2 \end{pmatrix} \in G$.

b) Arătați că dacă $U, V \in G$, atunci $U \cdot V \in G$.

c) Calculați suma elementelor matricei $U \in G$, știind că suma elementelor matricei U^2 este egală cu 8.

2. Se consideră polinomul $f = X^4 - X^3 - 4X^2 + 2X + 4$.

a) Arătați că restul împărțirii polinomului f prin polinomul $g = X - \sqrt{2}$ este egal cu 0.

b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $f(x) = 0$.

c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $16^x - 8^x - 4 \cdot 4^x + 2 \cdot 2^x + 4 = 0$.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+1}{x}, & x \in (1, \infty) \\ x + 1, & x \in (0, 1] \end{cases}$.

a) Demonstrați că funcția f este continuă în punctul $x_0 = 1$.

b) Arătați că funcția f este convexă pe intervalul $(1, \infty)$.

c) Demonstrați că $f(x) + f\left(\dfrac{1}{x}\right) \leq 4$, pentru orice $x \in (0, \infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^x \cdot \ln x$ și $g : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $g(x) = \dfrac{e^x}{x}$.

a) Calculați $\displaystyle\int_1^2 x \cdot g(x) \, dx$.

b) Calculați $\displaystyle\int_e^{e^2} \frac{f(x)}{x \cdot e^x} \, dx$.

c) Demonstrați că $\displaystyle\int_1^e (f(x) + g(x)) \, dx = e^e$.

BACALAUREAT 2011
SESIUNEA IUNIE
M1

Proba E c)

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

SUBIECTUL I

1. Arătați că $(\sqrt{2}, \sqrt{5}) \cap \mathbb{Z} = \{2\}$.

2. Determinați valorile reale ale lui m pentru care dreapta $x = 2$ este axa de simetrie a parabolei $y = x^2 + mx + 4$.

3. Rezolvați în mulțimea $[0, 2\pi)$ ecuația $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.

4. Determinați $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, pentru care $C_n^2 + A_n^2 = 18$.

5. Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care dreptele $d_1 : ax + y + 2011 = 0$ și $d_2 : x - 2y = 0$ sunt paralele.

6. Fie x un număr real care verifică egalitatea $\tan x + \cot x = 2$. Arătați că $\sin 2x = 1$.

SUBIECTUL II

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 \\ 0 & 1 & 2x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde $x \in \mathbb{R}$.

- **a)** Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A(x + y)$, oricare ar fi x, $y \in \mathbb{R}$.
- **b)** Arătați că $(A(x) - A(y))^{2011} = O_3$, pentru orice x, $y \in \mathbb{R}$.
- **c)** Determinați inversa matricei $A(x)$, unde $x \in \mathbb{R}$.

2. Se consideră $\alpha \in \mathbb{C}$ și polinomul $f = X^3 + (1 - \alpha)X^2 + (\alpha - 2)iX + \alpha + (\alpha - 2)i \in \mathbb{C}[X]$.

- **a)** Arătați că polinomul f are rădăcina -1.
- **b)** Arătați că, dacă p, q sunt numere complexe și polinomul $g = X^2 + pX + q \in \mathbb{C}[X]$ are două rădăcini distincte, complex conjugate, atunci p și q sunt numere reale și $p^2 < 4q$.
- **c)** Determinați $\alpha \in \mathbb{C}$ pentru care polinomul f are două rădăcini distincte, complex conjugate.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f : (1, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x + 1) - \ln(x - 1)$.

- **a)** Arătați că funcția f este strict descrescătoare pe $(1, \infty)$.
- **b)** Determinați asimptotele graficului funcției f.
- **c)** Calculați $\lim\limits_{x \to \infty} xf(x)$.

2. Se consideră funcția $f : [1, 2] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

- **a)** Calculați $\int_1^4 f(\sqrt{x})\, dx$.
- **b)** Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției $g : [1, 2] \to \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ și de axa Ox.
- **c)** Arătați că $(4n + 2)\int_1^2 f^n(x)\, dx + n\int_1^2 f^{n-1}(x)\, dx = 0$.

M2

Proba E c)

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

SUBIECTUL I

1. Determinați $x \in \mathbb{R}$ pentru care numerele $x-1$, $x+1$ și $3x-1$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 5 - x$. Calculați $f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot \ldots \cdot f(10)$.
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x-1} = x - 3$.
4. Determinați numărul submulțimilor ordonate cu 2 elemente ale unei mulțimi cu 7 elemente.
5. Calculați distanța de la punctul $A(2,3)$ la punctu de intersecție a dreptelor $d_1 : 2x-y-6 = 0$ și $d_2 : -x+2y-6 = 0$.
6. Calculați cosinusul unghiului M al triunghiului MNP, știind că $MN = 4$, $MP = 5$ și $NP = 6$.

SUBIECTUL II

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ și $X(a) = I_2 + aA$, unde $a \in \mathbb{Z}$.
   - a) Calculați $A^2 - 3A$.
   - b) Demonstrați că $X(a) \cdot X(b) = X(a + b + 3ab)$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{Z}$.
   - c) Arătați că $X(a)$ este matrice inversabilă, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$.
2. Polinomul $f = X^3 + 2X^2 - 5X + m$, cu $m \in \mathbb{R}$, are rădăcinile x_1, x_2 și x_3.
   - a) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.
   - b) Determinați $m \in \mathbb{R}^*$ pentru care $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\cdot$
   - c) Arătați că determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$ este număr natural, oricare ar fi $m \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f : [1, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - \frac{1}{x}\cdot$
   - a) Calculați $\lim\limits_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}\cdot$
   - b) Arătați că $f(x) > 0$, oricare ar fi $x \in [1, \infty)$.
   - c) Arătați că graficul funcției f nu admite asimptotă spre $+\infty$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 10}$.
   - a) Calculați volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox, a graficului funcției $g : [0,3] \to \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$.
   - b) Demonstrați că orice primitivă F a funcției f este crescătoare pe mulțimea $\mathbb{R}$.
   - c) Demonstrați că $\int_{-10}^{10} f(x)\, dx = 2 \cdot \int_{0}^{10} f(x)\, dx$.

M4

Proba E c)

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

SUBIECTUL I

1. Se consideră o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_2 = 5$ și $a_4 = 11$. Calculați a_6.
2. Se consideră funcțiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ și $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = cx + d$, unde a, b, c, d sunt numere reale. Arătați că, dacă $f(1) = g(1)$ și $f(3) = g(3)$, atunci $f(5) = g(5)$.
3. Se notează cu x_1 și x_2 soluțiile reale ale ecuației $x^2 - 5x + 3 = 0$. Calculați $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2}$.
4. Determinați mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $\log_2(x^2 + x + 2) = 2$.
5. Se consideră un triunghi ABC și punctele M, N, astfel încât $\overrightarrow{AM} = 3 \cdot \overrightarrow{MB}$ și $\overrightarrow{AN} = 3 \cdot \overrightarrow{NC}$. Arătați că dreptele MN și BC sunt paralele.
6. Se consideră un triunghi ABC în care unghiurile A și C au măsurile egale cu $30°$, respectiv $90°$. Știind că $BC = 6$, calculați lungimea laturii AC.

SUBIECTUL II

Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x \star y = xy - 2x - 2y + 6$.

a) Arătați că legea ”$\star$” este comutativă.

b) Arătați că legea ”$\star$” este asociativă.

c) Determinați numărul real a pentru care are loc egalitatea $x \star y = (2 - x)(2 - y) + a$, oricare ar fi x, $y \in \mathbb{R}$.

d) Rezolvați în mulțimea $\mathbb{R}$ ecuația $x \star x = x$.

e) Determinați elementul neutru al legii ”$\star$”.

f) Arătați că $(x + 2) \star \left(\dfrac{1}{x} + 2\right) = 3$, pentru orice $x \in \mathbb{R}^*$.

SUBIECTUL III

Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & -a \\ -a & 0 & 0 \end{pmatrix}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

a) Determinați numărul real a pentru care $\det(A + I_3) = 1$.

b) Calculați $\det(A + {}^tA)$, unde ${}^tA$ este transpusa matricei A.

c) Pentru $a = 1$, determinați inversa matricei A.

d) Arătați că $A^3 = a^3 \cdot I_3$.

e) Pentru $a = 1$, verificați egalitatea $(A + I_3)(A^2 - A + I_3) = 2I_3$.

f) Determinați valorile numărului real a pentru care $\det(A + {}^tA + I_3) = 1$.

SESIUNEA AUGUST
M1

Proba E c)

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

SUBIECTUL I

1. Calculați rația progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, cu termeni pozitivi, dacă $b_1 + b_2 = 6$ și $b_3 + b_4 = 24$.

2. Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (1 - a^2)x + 4$ este constantă.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\left(\frac{3}{2}\right)^x < \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

4. Determinați numărul termenilor raționali ai dezvoltării $(1 + \sqrt{2})^{10}$.

5. Calculați distanța de la punctul $A(2, 2)$ la dreapta determinată de punctele $B(1, 0)$ și $C(0, 1)$.

6. Triunghiul ABC are măsura unghiului A de $60°$, $AB = 4$ și $AC = 5$. Calculați $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

SUBIECTUL II

1. Se consideră mulțimea $H = \left\{A \in \mathscr{M}_2(\mathbb{R}) \mid A^2 = A\right\}$.

- **a)** Arătați că $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in H$.
- **b)** Demonstrați că, dacă $A \in H$, atunci $A^n \in H$, pentru orice număr natural nenul n.
- **c)** Arătați că mulțimea H este infinită.

2. Se consideră polinomul $f = (X + i)^{10} + (X - i)^{10}$, având forma algebrică $f = a_{10}X^{10} + a_9X^9 + \cdots + a_1X + a_0$, unde $a_0, a_1, \ldots, a_{10} \in \mathbb{C}$.

- **a)** Determinați restul împărțirii polinomului f la $X?i$.
- **b)** Arătați că toți coeficienții polinomului f sunt numere reale.
- **c)** Demonstrați că toate rădăcinile polinomului f sunt numere reale.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^5 - 5x + 4$.

- **a)** Calculați $\lim\limits_{x\to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- **b)** Arătați că graficul funcției f are un punct de inflexiune.
- **c)** Arătați că, pentru orice $m \in (0, \infty)$, ecuația $f(x) = m$ are exact trei soluții reale distincte.

2. Se consideră funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = e^{-x}$.

- **a)** Calculați $\int_0^1 g(x)\, dx$.
- **b)** Calculați $\int_0^1 x^5 g(x^3)\, dx$.
- **c)** Demonstrați că șirul $(I_n)_{n\geq 1}$ definit prin $I_n = \int_1^n g(x^3)\, dx$ este convergent.

M2

Proba E c)

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

SUBIECTUL I

1. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ se cunosc $a_2 = 6$ și $a_3 = 5$. Calculați a_6.

2. Determinați soluțiile întregi ale inecuației $2x^2 - x - 3 \leq 0$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x+2) - \log_3(x-4) = 1$.

4. După o scumpire cu 5%, prețul unui produs crește cu 12 lei. Calculați prețul produsului înainte de scumpire.

5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$ și $B(5,0)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$.

6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC, știind că $BC = 9$ și $m(\sphericalangle BAC) = 120°$.

SUBIECTUL II

1. Se consideră determinantul $D(x,y) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & y \\ 1 & x+1 & y+1 \end{vmatrix}$, unde $x,\ y \in \mathbb{Z}$.

a) Calculați $D(-1,1)$.

b) Determinați $x \in \mathbb{Z}$ pentru care $D(x, 2010) = 1$.

c) Demonstrați că $D(x,y)\cdot D(x,-y) = D(x^2,y^2)$, oricare ar fi $x,\ y \in \mathbb{Z}$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \star y = 2xy - 6x - 6y + 21$.

a) Arătați că $x \star y = 2(x-3)(y-3) + 3$, oricare ar fi $x,\ y \in \mathbb{R}$.

b) Arătați că legea "$\star$" este asociativă.

c) Calculați $1 \star 2 \star \ldots \star 2011$.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x^2 + x + 3^x$.

a) Calculați $f'(0)$.

b) Arătați că funcția f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

c) Arătați că $a^3 + a^2 + a - b^3 - b^2 - b \leq 3^b - 3^a$, oricare ar fi numerele reale a, b cu $a \leq b$.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră funcția $f_n : [0,1] \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = x^n e^x$.

a) Calculați $\displaystyle\int_0^1 \frac{f_1(x)}{e^x}\,dx$.

b) Calculați $\displaystyle\int_0^1 f_1(x)\,dx$.

c) Arătați că $\displaystyle\int_0^1 f_n(x^2)\,dx \geq \frac{1}{2n+1}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$.

M4

Proba E c)

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

SUBIECTUL I

1. Calculați $\log_2(5+\sqrt{17})+\log_2(5-\sqrt{17})$.

2. Calculați $\dfrac{P_4 - C_4^1}{A_5^1}$.

3. Graficul unei funcții de gradul al II-lea este o parabolă care are abscisa vârfului egală cu 2 și intersectează axa Ox în două puncte distincte. Dacă unul dintre acestea are abscisa egală cu 5, atunci determinați abscisa celuilalt punct de intersecție.

4. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația $2^{x+3} = \dfrac{1}{4}$.

5. Arătați că dreapta determinată de punctele $A(1, ?2)$ și $B(?2, 4)$ este perpendiculară pe dreapta d de ecuație $x?2y + 3 = 0$.

6. Calculați lungimea razei cercului circumscris unui triunghi ABC în care $AB = 6$ și $m(\sphericalangle BCA) = 60°$.

SUBIECTUL II

Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definesc legile de compoziție $x \star y = x + y - 1$ și $x \circ y = \dfrac{1}{2}(xy - x - y + 3)$.

a) Arătați că legea "$\star$" este asociativă.

b) Determinați elementul neutru al mulțimii $\mathbb{R}$ în raport cu legea "$\star$".

c) Arătați că $x \circ y = \dfrac{1}{2}(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice $x,\ y \in \mathbb{R}$.

d) Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $2^x \circ 3 = 1$.

e) Rezolvați în mulțimea numerelor reale sistemul $\begin{cases} (x+1) \star y = 3 \\ (2x) \circ (y-1) = xy - 1 \end{cases}$.

f) Demonstrați că $(x \star y) \circ z = (x \circ z) \star (y \circ z)$, pentru orice $x,\ y,\ z \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL III

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 2 & a & 1 \\ a & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații liniare

$(S)\quad \begin{cases} x + 2y + az = 6 \\ 2x + ay + \ \ z = 6 \\ ax + \ \ y + 2z = 6 \end{cases}$, unde a este un parametru real.

a) Determinați numărul real a pentru care tripletul $(1, 1, 1)$ este soluție a sistemului (S).

b) Arătați că $A^2 - (a^2 + 5)I_3 = (3a + 2)B$.

c) Determinați numărul real a pentru care suma elementelor matricei A^2 este egală cu 0.

d) Arătați că, pentru $a =?3$, sistemul (S) este incompatibil.

e) Pentru $a = 0$, rezolvați sistemul (S).

f) Determinați inversa matricei B.