BACALAUREAT 2012
SESIUNEA SPECIALĂ

Proba E c)
M1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

SUBIECTUL I

1. Determinați numărul real m știind că mulțimile $A = \{2\}$ și $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + mx + 4 = 0\}$ sunt egale.

2. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $3^{\log_3 x} < 1$.

4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare unul din numerele naturale de 2 cifre, acesta să fie format doar din cifre impare.

5. Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{u} = 3\vec{i} + a\vec{j}$ și $\vec{v} = a\vec{i} + (2a-3)\vec{j}$ sunt coliniari.

6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC, știind că $AB = AC = 5$ și $BC = 6$.

SUBIECTUL II

1. În $\mathscr{M}_3(\mathbb{C})$ se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} \cos x & 0 & i\sin x \\ 0 & 1 & 0 \\ i\sin x & 0 & \cos x \end{pmatrix}$, unde $x \in \mathbb{R}$.

- **a)** Calculați $\det(A(\pi))$.
- **b)** Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A(x+y)$ pentru orice x, $y \in \mathbb{R}$.
- **c)** Determinați numerele reale x pentru care $(A(x))^{2012} = I_3$.

2. Pe mulțimea $G = (0,1)$ se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = \dfrac{xy}{2xy - x - y + 1}$.

- **a)** Arătați că $e = \dfrac{1}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție "$\circ$".
- **b)** Arătați că orice element din mulțimea G este simetrizabil în raport cu legea de compoziție "$\circ$".
- **c)** Demonstrați că $f : G \to \mathbb{R}_+^*$, $f(x) = \dfrac{1}{x} - 1$ este un izomorfism de la grupul $(G, \circ)$ la grupul $(\mathbb{R}_+^*, \cdot)$.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$.

- **a)** Calculați $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{f(x)}$.
- **b)** Demonstrați că funcția f este convexă pe $\mathbb{R}$.
- **c)** Arătați că funcția $g : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $g(x) = f(\sqrt{x})$ este strict crescătoare pe $(0, +\infty)$.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numerele $I_n = \displaystyle\int_0^1 x^n \cdot \sqrt{1 - x^2}\, dx$ și $J_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x\, dx$.

- **a)** Calculați J_1.
- **b)** Calcuați I_1.
- **c)** Demonstrați că $J_{2n} = J_{2n+2} = I_{2n}$ pentru orice număr natural nenul n.

M2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea stiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

SUBIECTUL I

1. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ se cunosc $a_4 = 7$ și $a_9 = 22$. Calculați a_{14}.

2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - 3$ și $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = 5 - x$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{3-x} = \dfrac{1}{4}$.

4. Determinați câte numere naturale de 3 cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $M = \{0, 1, 2, 3\}$.

5. Într-un reper cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 2)$ și $B(3, 0)$. Determinați coordonatele simetricului punctului A față de punctul B.

6. Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC, știind că $AB = 6$, $AC = 5$ și $m(\sphericalangle BAC) = 60°$.

SUBIECTUL II

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ x - y + \ \ z = 1 \\ x + y + az = 2 \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

a) Calculați determinantul matricei asociate sistemului.

b) Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea asociată sistemului este inversabilă.

c) Pentru $a = 0$, rezolvați sistemul de ecuații.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \star y = x + y - 1$.

a) Arătați că $x \star 1 = x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \star x \star x = 4$.

c) Determinați numărul natural n, $n \geq 2$, pentru care $C_n^1 \star C_n^2 = 14$.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x+1}{e^x}$.

a) Arătați că $\dfrac{f'(x)}{f(x)} = -\dfrac{x}{x+1}$ pentru orice $x \in (0, +\infty)$.

b) Arătați că funcția f este descrescătoare pe $(0, +\infty)$.

c) Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției $g : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $g(x) = \dfrac{e^{2x} \cdot f^2(x)}{x}$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{2012} + x^{2011} + x^2 + x$.

a) Determinați primitiva $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a funcției f, care verifică relația $F(0) = 1$.

b) Calculați $\displaystyle\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1}\, dx$.

c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g : [1, 2] \to \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - x^{2012} - x^{2011}$.

BACALAUREAT 2012
SESIUNEA IULIE

Proba E c)
M1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

SUBIECTUL I

1. Calculați modulul numărului complex $(1+i)^2$.

2. Determinați coordonatele punctelor de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-x-2$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $2^{x+1}\leq 4$.

4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare una dintre submulțimile cu trei elemente ale mulțimii $A=\{1,2,3,4,5\}$, elementele submulțimii alese să fie termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5. Se consideră vectorii $\vec{u}=\vec{i}-2\vec{j}$ și $\vec{v}=a\vec{i}-\vec{j}$. Determinați numărul real a pentru care $\vec{u}\cdot\vec{v}=3$.

6. Calculați cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=4$, $AC=5$ și $BC=7$.

SUBIECTUL II

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} 2x+\ \ y+\ 3z=0 \\ x+2y+\ 3z=0, \\ x+\ \ y+mz=0 \end{cases}$ unde $m\in\mathbb{R}$.

a) Calculați determinantul matricei sistemului.

b) Determinați valorile reale ale lui m pentru care sistemul are soluție unică.

c) În cazul $m=2$, determinați soluția (x_0,y_0,z_0) a sistemului pentru care $x_0>0$ și $x_0^2+y_0^2+z_0^2=3$.

2. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 3 & -2\end{pmatrix}\in\mathscr{M}_2(\mathbb{R})$ și mulțimea $G=\{X(p)=I_2+pA \mid p\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}\}$.

a) Arătați că $X(p)\cdot X(q)\in G$, pentru orice $X(p)$, $X(q)\in G$.

b) Admitem că $(G,\cdot)$ este grup comutativ având elementul neutru $X(0)$. Determinați inversul elementului $X(p)$ în acest grup.

c) Rezolvați ecuația $(X(p))^3=I_2+7A$, unde $X(p)\in G$.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-12x$.

a) Arătați că funcția este crescătoare pe intervalul $[2,+\infty)$.

b) Calculați $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{e^x}{f(x)}$.

c) Determinați mulțimea numerelor reale a pentru care ecuația $f(x)=a$ are trei soluții reale distincte.

2. Se consideră funcția $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+2}$.

a) Arătați că orice primitivă a lui f este strict crescătoare pe $(-1,\infty)$.

b) Calculați $\displaystyle\int_0^1\frac{f(x)}{x+1}\,dx$.

c) Calculați $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\displaystyle\int_x^{2x}f(t)\,dt}{x}$.

M2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea stiințe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

SUBIECTUL I

1. Arătați că $2^{-1} + 2^{-2} = 0,75$.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\dfrac{2}{x-3} < 0$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+2} = x+2$.

4. La o bancă a fost depusă într-un depozit suma de 900 lei cu o dobândă de $p\%$ pe an. Calculați p, știind că, după un an, în depozit suma este de 1008 lei.

5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$ și $A(2,3)$. Determinați coordonatele punctului B, știind că A este mijlocul segmentului (OB).

6. Determinați măsura x a unui unghi ascuțit, știind că $\dfrac{\sin x + 4\cos x}{\cos x} = 5$.

SUBIECTUL II

1. Se consideră matricele $H(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, cu $x \in (0,\infty)$.

a) Arătați că $\det(H(x)) = 1$, pentru orice $x \in (0,\infty)$.

b) Determinați numărul real a, $a > 0$, astfel încât $H(x) \cdot H(a) = H(x)$, pentru orice $x > 0$.

c) Calculați determinantul matricei $H(1) + H(2) + \cdots + H(2012)$.

2. În $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul $f = X^3 + 3X^2 - 3X - 1$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3.

a) Arătați că polinomul f se divide cu $X - 1$.

b) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

c) Verificați dacă $(2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3) = 13$.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x} - \ln x$.

a) Arătați că $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{f(x) - f(4)}{x - 4}$.

b) Demonstrați că funcția f este crescătoare pe intervalul $(4,\infty)$.

c) Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$.

a) Arătați că funcția $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F(x) = xe^x - e^x + 2012$ este o primitivă a funcției f.

b) Calculați $\displaystyle\int_1^e f(\ln x)\,dx$.

c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g : [1,2] \to \mathbb{R}$, $g(x) = \dfrac{f(x)}{x}$.

M4

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

SUBIECTUL I

1. Calculați $\lg 100 + \lg \dfrac{1}{10}$.

2. Determinați mulțimea valorilor funcției $f : \{-1, 0, 1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -x + 2$.

3. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 1$.

4. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+1} = 9$.

5. Într-un reper cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 2)$ și $B(2, 0)$. Calculați distanța de la A la B.

6. Calculați $\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ$.

SUBIECTUL II

Pe mulțimea $M = \left(\dfrac{1}{3}, \infty\right)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - \dfrac{1}{3}x - \dfrac{1}{3}y + \dfrac{4}{9}$.

a) Verificați dacă $x \circ y = \left(x - \dfrac{1}{3}\right)\left(y - \dfrac{1}{3}\right) + \dfrac{1}{3}$, pentru orice x, $y \in M$.

b) Arătați că $x \circ y = y \circ x$, pentru orice x, $y \in M$.

c) Demonstrați că legea de compoziție "$\circ$" este asociativă.

d) Determinați $e \in M$ astfel încât $x \circ e = e \circ x = x$, pentru orice $x \in M$.

e) Rezolvați în mulțimea M ecuația $x \circ x = \dfrac{4}{9}$.

f) Arătați că $\left(a + \dfrac{1}{3}\right) \circ 3 \circ \left(a + \dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{8a^2 + 1}{3}$, pentru orice $a \in M$.

SUBIECTUL III

Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} m & 1 & -1 \\ 1 & m & -1 \\ -1 & 1 & m \end{pmatrix}$ și sistemul (S) $\begin{cases} mx + y - z = 1 \\ x + my - z = 1, \\ -x + y + mz = 1 \end{cases}$ unde m este un număr real.

a) Calculați $\det(A(2))$.

b) Arătați că $\det(A(m)) = m^3 - m$.

c) Determinați valorile reale ale lui m pentru care $\det(A(m)) = 0$.

d) Verificați dacă, pentru $m = 3$, tripletul $\left(\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$ este soluție a sistemului (S).

e) Pentru $m = 2$, rezolvați sistemul (S).

f) Pentru $m = 0$, arătați că sistemul (S) nu are soluții.

BACALAUREAT 2012
SESIUNEA AUGUST

Proba E c)
M1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

SUBIECTUL I

1. Arătați că $\log_2(\sqrt{7}+\sqrt{3})+\log_2(\sqrt{7}-\sqrt{3})=2$.

2. Calculați distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+5x+4$ cu axa Ox.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x+3^{x+1}=4$.

4. Determinați rangul termenului care conține x^{14} în dezvoltarea binomului $\left(x+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^{20}$, $x>0$.

5. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $A(3,3)$ și este paralelă cu dreapta d de ecuație $3x+2y-1=0$.

6. Determinați măsura unghiului C al triunghiului ABC, știind că $BC=2$, $AB=\sqrt{2}$ și măsura unghiului BAC este egală cu $45°$.

SUBIECTUL II

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} -x+ay+(2a+4)z=1 \\ (a+2)x+ay+(a+1)z=1 \\ (a+1)x+(2a-1)y+3z=2 \end{cases}$, unde $a\in\mathbb{R}$.

a) Arătați că determinantul matricei sistemului este egal cu $3a^3+9a^2-3a-9$.

b) Determinați valorile reale ale lui a pentru care sistemul este compatibil determinat.

c) Pentru $a=-2$, rezolvați sistemul.

2. Se consideră polinomul $f=X^8+\hat{4}X^4+\hat{3}$, $f\in\mathbb{Z}_5[X]$.

a) Arătați că $a^5=a$, pentru orice $a\in\mathbb{Z}_5$.

b) Arătați că polinomul f este reductibil peste $\mathbb{Z}_5$.

c) Arătați că polinomul f nu are rădăcini în $\mathbb{Z}_5$.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to(0,+\infty)$, $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$.

a) Calculați $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-1}{x}$.

b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

c) Demonstrați că, pentru orice număr real $m>0$, ecuația $f(x)=m$ are o soluție unică în $\mathbb{R}$.

2. Pentru fiecare număr natural nenul p, se consideră numărul $I_p=\displaystyle\int_0^1 x^p e^{x^2}\,\mathrm{d}x$.

a) Calculați I_1.

b) Arătați că $2I_p+(p-1)I_{p-2}=e$, pentru orice $p\geq 3$.

c) Calculați $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{n^2}\left(e^{\frac{1^2}{n^2}}+2e^{\frac{2^2}{n^2}}+\cdots+ne^{\frac{n^2}{n^2}}\right)$.

M2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea stiințe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

SUBIECTUL I

1. Se consideră numărul $a = \log_3 2$. Arătați că $\log_3 6 = 1 + a$.

2. Determinați numărul real m, știind că punctul $A(0,1)$ aparține graficului funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + m - 3$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x+1) - \log_2(x+3) = -1$.

4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{1, 2, 3, \ldots, 30\}$, acesta să fie divizibil cu 7.

5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(4, -1)$. Determinați coordonatele punctului B, știind că O este mijlocul segmentului (AB).

6. Calculați cosinusul unghiului A al triunghiului ABC, știind că $AB = 5$, $AC = 6$ și $BC = 7$.

SUBIECTUL II

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + ay + 3z = 1 \\ 4x + a^2 y + 9z = 1 \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$ și se notează cu A matricea sistemului.

a) Arătați că $\det A = -a^2 + 5a - 6$.

b) Determinați valorile reale ale numărului a pentru care matricea A este inversabilă.

c) Pentru $a = 1$, rezolvați sistemul.

2. În $\mathbb{Z}_5[X]$ se consideră polinomul $f = mX^5 + nX$, cu m, $n \in \mathbb{Z}_5$.

a) Determinați $n \in \mathbb{Z}_5$ pentru care $f(\hat{1}) = m$.

b) Pentru $m = \hat{1}$ și $n = \hat{4}$, determinați rădăcinile din $\mathbb{Z}_5$ ale polinomului f.

c) Arătați că, dacă $f(\hat{1}) = f(\hat{2})$, atunci $f(\hat{3}) = f(\hat{4})$.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 1}{x + 1}$.

a) Calculați $f'(x)$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

b) Calculați $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x) \cdot \ln x}{x^2 - x - 1}$.

c) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

2. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^x \cdot \sqrt{x+1}$.

a) Determinați primitivele funcției $g : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $g(x) = \dfrac{f(x)}{\sqrt{x+1}}$.

b) Calculați $\displaystyle\int_1^2 \sqrt{x+1} \cdot f(x)\,\mathrm{d}x$.

c) Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției $h : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $h(x) = e^{-x} \cdot f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 2$ și $x = 3$.

M4

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

SUBIECTUL I

1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu rația $r = -2$ și $a_1 = 19$. Calculați a_7.

2. Determinați coordonatele punctelor de intersecție a graficului funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 4 - \dfrac{4x}{3}$ cu axa Ox și respectiv cu axa Oy.

3. Arătați că ecuația $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0$ admite două soluții reale distincte, pentru orice $m \in \mathbb{R}$.

4. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1} + 2 \cdot 3^x = 45$.

5. Se consideră paralelogramul $ABCD$ și M, N, P, Q mijloacele laturilor (AB), (BC), (CD) respectiv (DA). Demonstrați că $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$.

6. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu ipotenuza $BC = 20$ și $\cos B = \dfrac{3}{5}$. Calculați perimetrul triunghiului ABC.

SUBIECTUL II

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \star y = x + y + 1$.

a) Arătați că $(-5) \star 5 = (-10) \star 10$.

b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2 \star x \leq 13$.

c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x \star 2^x = 21$.

d) Demonstrați că $(x \star y) \star z = x \star (y \star z)$, pentru orice numere reale x, y, z.

e) Determinați simetricul elementului $x = 3$ în raport cu legea de compoziție „$\star$”, știind că elementul neutru este $e = -1$.

f) Determinați numărul elementelor mulțimii $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \star (n+1) \leq 2012\}$.

SUBIECTUL III

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & a & a \\ a & a & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații (S) $\begin{cases} ay + az = 1 \\ ax + ay = 0 \\ ax + az = 2 \end{cases}$, unde a este un număr real nenul.

a) Calculați determinantul matricei A.

b) Arătați că matricea B este inversabilă pentru orice $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

c) Pentru $a = 1$, arătați că ${}^t(AB) = BA$.

d) Pentru $a = 1$, arătați că tripletul $\left(\dfrac{1}{2}, -\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$ este soluție a sistemului (S).

e) Rezolvați sistemul (S), pentru $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

f) Determinați numărul real nenul a pentru care soluția (x_0, y_0, z_0) a sistemului (S) verifică relația $x_0 + y_0 + z_0 = \dfrac{1}{4}$.