BACALAUREAT 2013
SESIUNEA SPECIALĂ

Proba E c)
mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I

1. Determinați numărul real x pentru care numerele 1, $2x+2$ și 7 sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

2. Calculați distanța dintre punctele de intersecție cu axa Ox a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x+3$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2+4}=x+2$.

4. Determinați câte numere naturale impare $\overline{ab}$ se pot forma, știind că $a,\, b\in\{2,3,4,5\}$ și $a\neq b$.

5. În dreptunghiul $ABCD$, cu $AB=8$ și $BC=6$, se consideră vectorul $\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{AD}$, unde $\{O\}=AC\cap BD$. Calculați lungimea vectorului $\vec{v}$.

6. Calculați sinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=6$, $BC=10$ și $\sin C=\dfrac{3}{5}$.

SUBIECTUL II

1. Pentru fiecare număr real a se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 1 & 1\\ 1 & a & 1\\ 1 & 1 & a\end{pmatrix}$.

a) Calculați $\det(A(0))$.

b) Determinați valorile reale ale lui a pentru care $5A(a)-(A(a))^2=4I_3$.

c) Determinați inversa matricei $A(2)$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-mX^2+3X-1$, unde m este număr real.

a) Calculați $f(2)-f(-2)$.

b) Determinați restul împărțirii lui f la $X+2$, știind că restul împărțirii polinomului f la $X-2$ este egal cu 9.

c) Determinați numerele reale m pentru care $x_1^3+x_2^3+x_3^3=3$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f:(-1,1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\dfrac{1-x}{1+x}$.

a) Calculați $f'(x)$, $x\in(-1,1)$.

b) Verificați dacă funcția f este descrescătoare pe intervalul $(-1,1)$.

c) Determinați punctele de inflexiune a funcției f.

2. Pentru fiecare număr natural n se consideră numărul $I_n=\displaystyle\int_1^2 x^n\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$.

a) Calculați I_0.

b) Arătați că $I_1=\mathrm{e}^2$.

c) Demonstrați că $I_{n+1}+(n+1)I_n=2^{n+1}\mathrm{e}^2-\mathrm{e}$, pentru orice număr natural n.

șt-nat

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL I

1. Arătați că numărul $2(\sqrt{7}+1)-\sqrt{28}$ este natural.

2. Calculați $f(1)+f(2)+\cdots+f(10)$ pentru funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=2x-1$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{x+1}=16$.

4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element din mulțimea $A=\{1,2,3,\ldots,15\}$, acesta să fie multiplu de 7.

5. Se consideră punctele A, B și C astfel încât $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}+\vec{j}$ și $\overrightarrow{BC}=\vec{i}-\vec{j}$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AC}$.

6. Determinați $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ știind că $\dfrac{3\sin x-2\cos x}{\cos x}=1$.

SUBIECTUL II

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x & x\\ x & 1 & x\\ x & x & 1\end{pmatrix}$.

a) Calculați $\det(A(2))$.

b) Arătați că $A(1)\cdot A(2)=5A(1)$.

c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x))=0$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2-2X+m$, unde m este număr real.

a) Pentru $m=3$, calculați $f(1)$.

b) Determinați numărul real m știind că restul împărțirii polinomului f la $X-2$ este egal cu 2.

c) Pentru $m=4$, arătați că $(x_1+x_2+x_3)\left(\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}+\dfrac{1}{x_3}\right)=1$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=x\ln x$.

a) Calculați $f'(x),\ x\in(0,\infty)$.

b) Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x^2}$.

c) Demonstrați că funcția f este convexă pe intervalul $(0,\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$.

a) Arătați că $\displaystyle\int_0^1 xf(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln 2$.

b) Calculați $\displaystyle\int_0^1 xf'(x)\,\mathrm{d}x$.

c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $h:[0,1]\to\mathbb{R},\ h(x)=\dfrac{1}{f(x)}$.

tehnologic

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

SUBIECTUL I

1. Arătați că $3(2+\sqrt{2})-3\sqrt{2}=6$.

2. Calculați $f(-2)\cdot f(0)$ pentru funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x^2+1)=\log_3 1$.

4. Prețul unui obiect este 1000 de lei. Determinați prețul obiectului după o ieftinire cu 10%.

5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(2,1)$ și $R(2,3)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului PR.

6. Calculați $\cos B$, știind că $\sin B=\dfrac{5}{13}$ și unghiul B este ascuțit.

SUBIECTUL II

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.

- **a)** Calculați $\det(A)$.
- **b)** Determinați numărul real x pentru care $A\cdot A-xI_2=A$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
- **c)** Determinați matricele $M=\begin{pmatrix}m & m\\ m & 1\end{pmatrix}$, știind că $\det(M+A)=0$, unde m este număr real.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă dată de $x\star y=x+y-2$.

- **a)** Calculați $5\star(-5)$.
- **b)** Arătați că legea de compoziție „$\star$" este comutativă.
- **c)** Calculați $(-3)\star(-2)\star(-1)\star 0\star 1\star 2\star 3$.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\mathrm{e}^x$.

- **a)** Arătați că $f'(x)=(x+1)\mathrm{e}^x$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
- **b)** Verificați dacă $f''(x)+f(x)=2f'(x)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
- **c)** Arătați că funcția f are un punct de extrem.

2. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x}$.

- **a)** Calculați $\displaystyle\int_4^5 xf(x)\,\mathrm{d}x$.
- **b)** Arătați că funcția $F:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=4+\ln x$ este o primitivă a funcției f.
- **c)** Determinați numărul real a, $a>5$, pentru care aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuație $x=5$ și $x=a$, este egală cu $\ln 3$.

BACALAUREAT 2013
SESIUNEA IULIE

Proba E c)
mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I

1. Arătați că numărul $a = 3(3 - 2\mathrm{i}) + 2(5 + 3\mathrm{i})$ este real.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 1$. Calculați $f(1) + f(2) + \cdots + f(10)$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(2x) = \log_2(1 + x)$.

4. După o scumpire cu 10% prețul unui produs este 2200 de lei. Calculați prețul produsului înainte de scumpire.

5. Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{u} = \vec{i} + 4\vec{j}$ și $\vec{v} = 2\vec{i} + (a+1)\vec{j}$ sunt coliniari.

6. Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, știind că $\dfrac{3\sin x + \cos x}{\sin x} = 4$.

SUBIECTUL II

1. Se consideră determinantul $D(a, b) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \end{vmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.

- **a)** Arătați că $D(2, 3) = 2$.
- **b)** Verificați dacă $D(a, b) = (a - 1)(b - 1)(b - a)$, pentru orice numere reale a și b.
- **c)** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P_n(n, n^2)$, unde n este un număr natural nenul. Determinați numărul natural n, $n \geq 3$, pentru care aria triunghiului $P_1P_2P_n$ este egală cu 1.

2. Se consideră x_1, x_2, x_3 rădăcinile complexe ale polinomului $f = X^3 - 4X^2 + 3X - m$, unde m este număr real.

- **a)** Pentru $m = 4$, arătați că $f(4) = 8$.
- **b)** Determinați numărul real m pentru care rădăcinile polinomului f verifică relația $x_1 + x_2 = x_3$.
- **c)** Dacă $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 7(x_1 + x_2 + x_3)$, arătați că f se divide cu $X - 3$.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x + \dfrac{x^2}{2}$.

- **a)** Calculați $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 0$, situat pe graficul funcției f.
- **c)** Demonstrați că $f(x) \geq 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \displaystyle\int_0^1 x^n \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$.

- **a)** Calculați I_1.
- **b)** Arătați că $I_{n+1} + (n + 1)I_n = \mathrm{e}$, pentru orice număr natural nenul n.
- **c)** Arătați că $1 \leq (n + 1)I_n \leq \mathrm{e}$, pentru orice număr natural nenul n.

șt-nat

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL I

1. Arătați că numărul $x = 2(1 + \mathrm{i}) - 2\mathrm{i}$ este real.

2. Calculați $f(1) \cdot f(2) \cdot \ldots \cdot f(5)$ pentru funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + 1} = x + 1$.

4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, produsul cifrelor acestuia să fie egal cu 5.

5. Se consideră punctele A, B și C astfel încât $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$ și $\overrightarrow{BC} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AC}$.

6. Se consideră $E(x) = \sin x + \cos \dfrac{x}{2}$, unde x este număr real. Calculați $E\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$.

SUBIECTUL II

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.

a) Calculați $\det(A)$.

b) Arătați că $A^2 - 6A = I_2$.

c) Determinați inversa matricei $B = A - 6I_2$.

2. Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție asociativă dată de $x \star y = \sqrt{x^2 + y^2 + 4}$.

a) Calculați $2 \star 2$.

b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \star x = \sqrt{12}$.

c) Arătați că numărul $\underbrace{1 \star 1 \star \ldots \star 1}_{\text{de 8 ori}}$ este întreg.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \mathrm{e}^x(x^2 - 6x + 9)$.

a) Arătați că $f'(x) = \mathrm{e}^x(x^2 - 4x + 3)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

b) Verificați dacă $f(x) + f''(x) = 2(\, f'(x) + \mathrm{e}^x\,)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

c) Determinați punctele de extrem ale funcției f.

2. Se consideră funcția $f : (-1, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$.

a) Calculați $\displaystyle\int_0^1 (x + 1) f(x)\, \mathrm{d}x$.

b) Arătați că $\displaystyle\int_0^1 x^2 f(x)\, \mathrm{d}x + \int_0^1 x^3 f(x)\, \mathrm{d}x = \frac{1}{4}$.

c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $h : [0; 1] \to \mathbb{R}$, $h(x) = f(x)$.

tehnologic

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

SUBIECTUL I

1. Arătați că $3(2-\sqrt{2})+3\sqrt{2}=6$.

2. Calculați $f(0)\cdot f(2)$ pentru funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-1$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x-2}=25$.

4. Prețul unui obiect este 100 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 10%.

5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1;1)$ și $B(1;3)$. Calculați distanța de la punctul A la punctul B.

6. Calculați $\cos 45^\circ+\cos 135^\circ$.

SUBIECTUL II

1. Pentru fiecare număr real a se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix}2a & 0\\ 0 & 2a\end{pmatrix}$.

a) Arătați că $M\left(\frac{1}{2}\right)+M\left(-\frac{1}{2}\right)=M(0)$.

b) Determinați numărul real a pentru care $\det(M(a))=0$.

c) Determinați matricea $M(-2)+M(-1)+M(0)+M(1)+M(2)$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2+1$.

a) Arătați că $f(1)=0$.

b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $g=X^2-2X+1$.

c) Calculați $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x}-1$.

a) Arătați că $2\sqrt{x}f'(x)=1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

b) Verificați dacă dreapta de ecuație $y=\frac{1}{4}x$ este tangentă la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0=4$, situat pe graficul funcției f.

c) Arătați că funcția f este concavă pe intervalul $(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1+\frac{1}{x}$.

a) Calculați $\int_1^2\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$.

b) Arătați că funcția $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=x^2+x+\ln x$ este o primitivă a funcției f.

c) Calculați aria suprafeței delimitate de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuație $x=1$ și $x=2$.

pedagogic

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

SUBIECTUL I

1. Arătați că $3(1+\sqrt{2})-\sqrt{18}=3$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$. Arătați că $f(3)+f(-3)=-6$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x^2+1)=\log_3 5$.

4. După o scumpire cu 10% prețul unui produs crește cu 70 de lei. Calculați prețul produsului după scumpire.

5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(2;7)$ și $R(2;9)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului PR.

6. Determinați lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $AC=40$ și $\sin B=\frac{2}{5}$.

SUBIECTUL II

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă dată de $x\star y=xy+x+y$.

1. Calculați $(-1)\star 3$.

2. Arătați că $x\star y=(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x și y.

3. Verificați dacă $e=0$ este elementul neutru al legii „$\star$".

4. Determinați numerele reale x pentru care $x\star x=x$.

5. Arătați că $(-1)\star x=-1$, pentru orice număr real x.

6. Calculați $(-1)\star 0\star 1\star\ldots\star 2012\star 2013$.

SUBIECTUL III

Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} m & 1 & 1\\ 1 & m & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$.

1. Arătați că $\det(A(1))=0$.

2. Calculați $A(1)\cdot A(0)$.

3. Arătați că $\det(A(m))=m^2-2m+1$, pentru orice număr real m.

4. Verificați dacă matricea $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 1\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix}$ este inversa matricei $A(0)$.

5. Determinați numărul real m pentru care suma elementelor matricei $A(m)$ este egală cu 2013.

6. Pentru $m=0$, rezolvați sistemul $\begin{cases} m\,x+y+z=1\\ x+m\,y+z=1\\ x+y+z=3\end{cases}$.

BACALAUREAT 2013
SESIUNEA IULIE
Subiecte de rezervă

Proba E c)
mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I

1. Arătați că numărul $(\sqrt{3}-1)^2+2\sqrt{3}$ este natural.
2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-1$.
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{6-x^2}=2^x$.
4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, suma cifrelor acestuia să fie egală cu 2.
5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1;3)$ și $B(3;1)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului AB.
6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $BC=8$.

SUBIECTUL II

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x & 1\\ 1 & -1 & 1\\ x & -1 & 1\end{pmatrix}$.
   - **a)** Calculați $A(0)\cdot A(1)$.
   - **b)** Arătați că $\det(A(x))=x^2-1$, pentru orice număr real x.
   - **c)** Determinați numerele întregi x pentru care inversa matricei $A(x)$ are elementele numere întregi.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă dată de $x\circ y=\sqrt{x^2y^2+x^2+y^2}$.
   - **a)** Calculați $2\circ 3$.
   - **b)** Arătați că $x\circ y=\sqrt{(x^2+1)(y^2+1)-1}$, pentru orice x și y numere reale.
   - **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x\circ x=x$.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2+2x+2$.
   - **a)** Calculați $g'(2)$.
   - **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2f(x)-g(x)}{2x^3}=\dfrac{1}{6}$.
   - **c)** Demonstrați că $2f(x)\geq g(x)$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.
2. Se consideră funcțiile $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2+\dfrac{1}{x+2}$ și $F:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+2x+\ln(x+2)$.
   - **a)** Calculați $\displaystyle\int_0^1 (x+2)f(x)\,dx$.
   - **b)** Verificați dacă funcția F este o primitivă a funcției f.
   - **c)** Calculați $\displaystyle\int_{-1}^0 F(x)f(x)\,dx$.

șt-nat

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL I

1. Arătați că numărul $\sqrt{8} - 2(\sqrt{2} - 3)$ este natural.

2. Calculați $(f \circ f)(0)$ pentru funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 1$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2 + 1) = \log_2 5$.

4. După o ieftinire cu 20% prețul unui produs scade cu 200 de lei. Calculați prețul produsului după ieftinire.

5. Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{u} = (a-1)\vec{i} + 4\vec{j}$ și $\vec{v} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ sunt opuși.

6. Calculați lungimea medianei din A în triunghiul dreptunghic ABC cu ipotenuza $BC = 10$.

SUBIECTUL II

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} x - y + 2z = a \\ 2x - y = 0 \\ y - z = 1 \end{cases}$, unde a este un număr real.

a) Determinați numărul real a știind că $(x, y, z) = (1, 2, 1)$ este soluție a sistemului.

b) Calculați determinantul matricei sistemului.

c) Rezolvați sistemul pentru $a = -2$.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - X + a$, unde a este număr întreg.

a) Pentru $a = -2$, calculați $f(2)$.

b) Arătați că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

c) Arătați că, dacă polinomul f are o rădăcină întreagă, atunci a este multiplu de 6.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{2}{x} + \ln x$.

a) Arătați că $f'(x) = \dfrac{x-2}{x^2}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.

b) Determinați punctele de extrem ale funcției f.

c) Arătați că funcția f este convexă pe intervalul $(0; 4)$.

2. Se consideră funcția $f : (1, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 1}$.

a) Arătați că $\displaystyle\int_2^4 (x-1)f(x)\,dx = \ln\frac{5}{3}$.

b) Calculați $\displaystyle\int_2^3 (x^3 - 1)f(x)\,dx$.

c) Arătați că aria suprafeței delimitate de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuație $x = 2$ și $x = 3$, este egală cu $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{3}{2}$.

tehnologic

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

SUBIECTUL I

1. Arătați că $2(5-\sqrt{2})+2\sqrt{2}=10$.
2. Calculați $f(-3)+f(3)$ pentru funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-9$.
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{2x}=25$.
4. Prețul unui obiect este 100 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 20%.
5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1;1)$ și $B(3;1)$. Calculați distanța de la punctul A la punctul B.
6. Calculați $\cos 30^\circ+\cos 150^\circ$.

SUBIECTUL II

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}x & -1\\ 0 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
   a) Calculați $\det(A)$.
   b) Pentru $x=0$ arătați că $A-B=I_2$.
   c) Determinați numărul real x pentru care $\det(A+B)=0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă dată de $x\circ y=x+y+3$.
   a) Calculați $2\circ(-2)$.
   b) Arătați că $e=-3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$".
   c) Determinați numărul real x pentru care $2013\circ(-2013)=x\circ x$.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x+1}{x}$.
   a) Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
   b) Arătați că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$.
   c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0=1$, situat pe graficul funcției f.
2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2+1$.
   a) Calculați $\displaystyle\int_0^1 f'(x)\,dx$.
   b) Arătați că funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=x^3+x+1$ este o primitivă a funcției f.
   c) Calculați aria suprafeței delimitate de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuație $x=0$ și $x=1$.