



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa JUDEȚEANĂ ,BARAJ Iași, 5 mai 2010

CLASA A VI-A

1. O mulțime M de numere naturale are proprietatea (P) : „dacă pentru orice $x \in M$ avem:

$$(x-4) \in M \text{ sau } \frac{x}{4} \in M ”.$$

Arătați că:

- există mulțimi cu cinci elemente care au proprietatea (P) (să se dea un exemplu);
- dacă M are proprietatea (P) , atunci $9 \notin M$;
- dacă M are proprietatea (P) și $16 \in M$, atunci $0 \in M$.

2. Determinați cele mai mici numere naturale consecutive $a < b < c < d$ știind că: $8|a$, $7|b$, $6|c$, $5|d$.

3. Se consideră triunghiul ABC cu $m(\hat{B}) = 45^\circ$, $AD \perp BC$ și $CE \perp AB$; $D \in BC$, $E \in AB$.

Dacă F este mijlocul laturii $[AC]$, arătați că:

- $FE = FD$;
- $FE \perp FD$.

4. Se consideră un triunghi ABC în care $AB = 6$, $AC = 7$, $BC = 9$ și se notează cu M și N picioarele perpendicularelor duse din punctul A pe bisectoarele interioare ale unghiurilor \hat{B} , respectiv \hat{C} .

Calculați lungimea segmentului $[MN]$.

Notă: Fiecare subiect primește de la 0 la 7 puncte. Timpul de lucru este de 180 minute.