

SUBIECTUL I

1.

Pentru $n = 2k+1$, avem $17^{2k+1} = 17^{2k} \cdot 17 = 17^{2k} \cdot (2^2 + 2^2 + 3^2) = 2^2 \cdot 17^{2k} + 2^2 \cdot 17^{2k} + 3^2 \cdot 17^{2k}$
1p

Finalizare.....1p

Pentru $n = 2k+2$, avem $17^{2k+2} = 17^{2k} \cdot 17^2 = 17^{2k} (12+12+1) = (17^k \cdot 12)^2 + (17^k \cdot 12)^2 + (17^k)^2$ 1p

2.

Avem $832_{10} = 1101000000_2$ 1p

$1101000000_2 = 2^9 + 2^8 + 2^6$ 1p

$(3x+3, 2y+2, z+1) \in \{(9, 8, 6), (9,6,8), (8,6,9), (8,9,6), (6,8,9), (6,9,8)\}$ 1p

Solutiile admise sunt $(x,y,z) \in \{(2,3,5), (2,2,7), (1,3,8)\}$ 1p

SUBIECTUL II

Solutie.

Daca $a=x, b=x+1, x \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$ 2p

Avem: $\overline{ab5} = 5^{a+b} \Leftrightarrow 100a + 10b + 5 = 5^{a+b}$ 1p

$\Leftrightarrow 100x + 10(x+1) + 5 = 5^{2x+1} \Leftrightarrow 110x = 5^{2x} \cdot 5 - 15 \Leftrightarrow 110x = 5(5^{2x} - 3)$2p

$\Leftrightarrow 22x = 5^{2x} - 3$,1p

ecuatie care din multimea $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$, are unica solutie $x=1$, 1p

de unde rezulta ca $a=1$ si $b=2$

SUBIECTUL III

a)

$a_1 = 2$

$a_2 = 2^2$

... $\Rightarrow a_1 < a_2 < \dots < a_{10}$ (1p)

$a_{10} = 2^{10}$ (2p)

b) Fie $S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$ (1p)

$S = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{10}$ 1p

$2S - S = (2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{11})$

$-(2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{10}) = 2^{11} - 2 = 2(2^{10} - 1)$ (2p)

SUBIECT IV

$A = \{0; 4\}$ 1p

$B = \{0; 1; 4; 5; 6; 9\}$ 1p

$A \cup B = B$ 1p

Cum $z^2 + z = z(z+1) = 2p, p \in \mathbb{N}$

$2011^{z^2+z} = (2011^p)^2$ este pătrat perfect.....1p

$C = \mathbb{N}$ 1p

afirmația (a) este adevărată.....1p

Deoarece $0 \in A \cap B$

(b) este adevărată.....1p