BOTOSANI **OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**

etapa locală

Clasa a VII- a

12 februarie 2011

SUBIECTUL I (7p)

4p) 1. Se consideră numerele: $a=\left[3^{666}-\left|(-1)^n\left(2^{999}-3^{666}\right)\right|\right]:\left[(-8)^3\right]^{111}$, unde n este număr natural şi $b=\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}+\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2}-(-2011)^0$. Arătaţi că $\sqrt{a+b}\in\mathbb{N}$.

3p) 2. Determinaţi $x\in\mathbb{Z}$ pentru care numărul $\sqrt{\frac{5x+2}{x-3}}$ este natural.

SUBIECTUL II (7p)

7p) Arătaţi că există o infinitate de mulţimi finite, nevide A şi B cu elemente numere naturale nenule, care verifică simultan relaţiile:

a) cardA = cardB + 1;

b) $x<y$, oricare ar fi $x\in$ A şi oricare ar fi $y\in$ B ;

c) elementele mulţimii $A\cup B$ sunt numere consecutive;

d) suma elementelor mulţimii A este egală cu suma elementelor mulţimii B.

(Gazeta Matematică nr.6/2010, *Ionel Tudor*)

SUBIECTUL III (7p)

Într-un trapez *ABCD*, se notează cu *E* mijlocul bazei [*AB*]. Fie $\{F\}=BD\cap CE$ şi $\{G\}=AC\cap DE$.

3p) a) Demonstraţi că $FG\parallel AB$.

4p) b) Dacă $FG\cap AD=\{M\}$, $FG\cap BC=\{N\}$, $AB=a$ şi $CD=b$, exprimaţi lungimea segmentului [*MN*] în funcţie de *a* şi *b*.

SUBIECTUL IV (7p)

Fie un triunghi ABC cu $m(\sphericalangle BAC)>m(\sphericalangle ABC)>m(\sphericalangle BCA)$. Se consideră punctele $D\in(BC$ şi $E\in AC$ aşa încât $\sphericalangle DAC\equiv\sphericalangle ABC$, şi $\sphericalangle ABE\equiv\sphericalangle EBC$. Dacă $DE\parallel AB$ şi $[AD]\equiv[CE]$, demonstraţi că:

4p) a) $m(\sphericalangle BAC)=90^\circ$;

3p) b) $[CD]\equiv[AB]$.

Subiecte selectate şi prelucrate de prof. Ioan Ţicalo, Şcoala Nr.7, Botoşani

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru: 2 ore